



AKADEMIN FÖR TEKNIK OCH MILJÖ
Avdelningen för elektronik, matematik och naturvetenskap

Problemlösning bland yngre elever

2018

Madeleine Broqvist

Examensarbete, Avancerad nivå, 30 Höskolepoäng
Grundlärarprogrammet med inriktning mot arbete i förskoleklass och grundskolans årskurs 1 – 3
Examensarbete för grundlärare F-3: matematik med ämnesdidaktisk inriktning

Handledare: Olov Viirman
Examinator: Iiris Attorps

Sammanfattning

Syftet med uppsatsen är att undersöka vilka strategier som lärare i lågstadiet anser är mest lämpade för yngre elever, och vilka metoder lärarna använder sig av i sin undervisning. Studien har en kvalitativ ansats, och intervjuer och klassrumsobservationer har genomförts med två lärare. Lärarna hade varit yrkesverksamma i cirka 10 år men arbetade inte på samma skola. Studien har genomförts i en kommun i Mellansverige. Strategierna som eleverna använde sig mest av var att rita sina lösningar och att jobba med laborativa material. Undervisningen innehöll mycket diskussioner bland eleverna. Lärarna betonade att de ville att eleverna skulle reflektera i sina tankegångar och sätta ord på sina tankeprocesser.

Nyckelord:

Matematik, problemlösning, strategier, undervisning

| | |
|--|----|
| 1 INLEDNING..... | 1 |
| 1.1 Bakgrund | 1 |
| 1.2 Litteraturgenomgång | 1 |
| 1.2.2 Problemlösningsstrategier | 3 |
| 1.2.3 Problemlösning i klassen..... | 4 |
| 1.3 Syfte och frågeställningar..... | 7 |
| 2 METOD..... | 8 |
| 2.1 Urval..... | 8 |
| 2.2 Datainsamlingsmetoder | 8 |
| 2.3 Procedur | 9 |
| 2.4 Analysmetoder | 9 |
| 3 RESULTAT | 10 |
| 3.1 Vilka metoder använder sig läraren av i sin undervisning inom problemlösningen | 10 |
| 3.2 Vilka strategier anser lärare är mest lämpliga för yngre elever | 12 |
| 4. Diskussion | 15 |
| 4.1 Vilka metoder använder sig läraren av i sin undervisning inom problemlösningen | 15 |
| 4.2 Vilka strategier anser lärare är mest lämpliga för yngre elever | 16 |
| 4.3 Metoddiskussion..... | 18 |
| 4.4 Förslag på fortsatt forskning | 19 |
| Referenser..... | 21 |
| Bilagor | 23 |
| Bilaga 1 | 23 |
| Bilaga 2 | 24 |

1 INLEDNING

Anledningen att jag väljer att skriva inom matematik är att jag själv har haft svårt för det under min skolgång. Intresset för problemlösning väcktes då jag var i en klass och jobbade med elever som behärskade de fyra räknesätten och hade en god läsförståelse. Men när dessa elever skulle lösa ett matematiskt problem så kunde de ändå inte komma fram till en lösning. Då jag själv var i samma situation när jag gick i lågstadiet, så tänkte jag att det inte kan vara en tillfällighet att problemlösning är svårt för elever.

Enligt Skolverket (2011) så ska eleverna behärska olika strategier inom problemlösning som de kan använda sig av i enkla och vardagliga situationer. Eleverna ska även behärska olika formuleringar och frågeställningar med hänsyn till vardagliga situationer.

Skolverket menar också att ett av syftena med matematiken är att undervisningen ska väcka intresse och kunskap om hur matematik kan användas i vardagen. Undervisningen ska hjälpa eleverna att kunna lösa problem och kunna reflektera över och värdera olika strategier som de kan använda sig av. Undervisningen ska ge eleverna en känsla av att de behärskar och kan använda matematiken i vardagen. Ahlström (1996) skriver att problemlösningens mål är att stimulera elevernas intressen och deras tankeprocess. Författaren skriver även att problemlösningen gör att vi lär oss planera och vår analysförmåga utvecklas. Vi får utökad kreativitet och tålamod. Eftersom jag vill ge mina elever den största möjligheten att förstå och få intresse och motivation för matematiken så vill jag veta hur man kan arbeta med strategier och hur man lägger upp sin undervisning på ett sätt som gynnar eleverna

1.1 Bakgrund

Här kommer jag att presentera vad litteraturen har att säga om vad ett matematiskt problem är och vilka strategier som elever kan ha.

Jag kommer också att presentera tidigare forskning om hur läraren kan arbeta med problemlösning i klassen genom att kommunicera med eleverna på olika sätt.

1.2 Litteraturgenomgång

1.2.1

Enligt Schoenfeld (1985) kan det vara svårt att kunna klargöra vad som är ett matematiskt problem. Han anser att det beror på vem som löser det. Problemet kan upplevas som svårt för en person och lätt för en annan person. För att problemet ska kunna definieras som ett problem så måste den som löser problemet tycka att det är svårt. Polya (1945) anser att problem är en utmaning eftersom det är många steg för eleven att arbeta med. Författaren skriver att problemlösning är en färdighet som elever måste träna för att behärska.

Taflin (2007) skriver i sin avhandling att problemlösning är ett centralt begrepp i skolmatematiken. För den som ska lösa problemet så krävs det att den vet vad som efterfrågas, men det betyder inte att personen i fråga vet hur den ska lösa problemet. Det måste krävas ansträngning för att kunna hitta en lösning.

Hagland, Hedrén och Taflin (2005) skiljer även på problem och rika problem. Ett rikt problem är ett problem som ger möjligheter att diskutera olika procedurer och matematiska begrepp.

Hagland, Hedrén och Taflin ställer upp ett antal kriterier som karakteriserar rika problem. Bland dessa ingår:

1. Problemet introducerar nya matematiska idéer eller nya lösningsstrategier. Eleven ska använda sig av sina matematiska kunskaper för att lära sig nya begrepp, procedurer och tekniker. När eleven jobbar med olika problem så kommer olika

lösningsstrategier att visas, det ger eleverna en anledning att jämföra, reflektera och diskutera med varandra.

2. Problemet ska vara lättförståeligt och ge alla en möjlighet att arbeta med det.

Det är viktigt för eleverna att de förstår vad problemet får ut på och att de har en förmåga att jobba med det på rätt sätt.

3. Problemet måste få ta tid och kräva ansträngning.

Problemet måste vara en utmaning för eleverna och de måste få utveckla sin förmåga att komma närmare en lösning.

4. Problemet måste kunna lösas med olika strategier och visas på olika sätt.

Eleverna ska kunna lösa matematiska problem med flera strategier, problemet kan variera i olika svårighetsnivåer. Eleverna ska få möjlighet att jobba med sina lösningar och visa dem på olika sätt, såsom bilder, grafer, siffror eller förklara lösningen med sina egna ord.

5. Problemet ska leda eleven till att skapa nya och intressanta problem.

För att eleven ska kunna utvecklas i sin problemlösning förmåga så kan den hitta på egna problem. Det ger eleven möjlighet att fördjupa sina kunskaper.

Polya (1945) beskriver att problemlösning består av fyra olika steg:

1. Förståelse
2. Planering
3. Genomförande
4. Utvärdering

För att förstå problemet menar Polya att eleverna måste fråga sig vad det är som efterfrågas, vad eleverna redan vet och var de hittar informationen som ska leda dem fram till en lösning. I nästa steg, när de ska göra en planering, så ska eleverna fråga sig om de har sett problemet tidigare, om de kan formulera om problemet. En viktig fråga i det här steget är om eleverna har använt alla uppgifter som de kan använda sig av när de löser problemet. När eleverna sedan genomför sin plan så måste eleverna kontrollera varje steg i sin egen beräkning. Sista steget benämner Polya som reflektion, det innebär att eleverna måste reflektera och fundera kring resultatet. De frågor som kan hjälpa eleverna är om resultatet är rimligt och om eleverna på något sätt kan kontrollera sitt resultat.

Schoenfeld (2013) hävdar att det finns fyra faktorer som påverkar elevernas framgång när de arbetar med problemlösning. Den första faktorn som påverkar är hur mycket kunskap eleven har inom ämnet. Den andra aspekten innebär hur eleverna använder strategier vid problemlösning. Tredje faktorn är hur elevernas tankeprocess är och hur de behärskar problemsituationen. Den sista faktorn handlar om elevernas självförtroende när det gäller matematik och problemlösning.

Liksom Polya (1945) så delade Schoenfeld (1985) problemlösning i fyra olika steg

1. Analysera problemet
2. Använd dina matematiska kunskaper
3. Göra en plan och fullfölj den
4. Kontrollera svaret.

Kronqvist och Malmer (1993) delar upp problemlösningen i tre olika nivåer.

1. Göra-Pröva

Eleverna får jobba praktiskt med laborativt material och det krävs att läraren har god kunskap och är duktig på att organisera. Risken är annars att eleverna fokuserar enbart på sitt material och glömmar bort problemet. Läraren måste fråga sig om materialet är lämpligt för eleverna så de får ökad förståelse.

2. Tänka-Tala

Eleven lär sig genom att arbeta muntligt genom att berätta för sig själv. Det är lättare för läraren att upptäcka om eleven har förstått innehållet när den får arbeta muntligt än skriftligt.

3. Förstå-formulera

I det här steget ska eleverna visa att de har förstått vad problemet handlar om, genom att formulera sig på ett korrekt sätt. Det behöver inte betyda att de använder sig av matematiska symboler eller de rätta begreppen. Kronqvist och Malmer hävdar att det skulle få en negativ inverkan på eleverna om det skulle ske för snabbt. De menar att eleverna måste få tid på sig med att jobba med de grundläggande kunskaperna i matematik så som olika uppställningar. Konsekvensen om de jobbar för snabbt blir att eleverna inte får tilltro till sin egen förmåga, samt att de försöker komma ihåg mönster utan någon förståelse. För att eleverna ska ges förutsättningar att kunna granska resultat kritiskt och sedan kunna värdera det, så krävs det att problemen utgår från elevernas verklighet.

1.2.2 Problemlösningstrategier

Legare m.fl. (2012) definierar strategier som olika verktyg som elever kan använda för att kunna nå ett mål. Man väljer strategier medvetet för att kunna underlätta för sig själv att uppnå sitt mål. I Lgr 11 står det att den enskilde eleven ska ha förmågan att lösa enkla problem i elevnära situationer. Eleven ska kunna använda någon form av strategi beroende på hur problemet ser ut. Eleven ska kunna diskutera olika tillvägagångssätt som t.ex. bilder, symboler och andra matematiska uttrycksformer. Eleven ska också kunna döma om resultatet är rimligt (Skolverket, 2011).

Pape och Wang (2003) gjorde en undersökning där elever fick lösa olika problem. Författarna ville undersöka vilken påverkan ett strategiskt beteende hade för förmågan att lösa ett problem. Deras resultat visade att det inte var antalet strategier som var det viktigaste, utan på vilket sätt eleverna hade kategoriserat de olika strategierna. Genom att eleverna hade gjort olika kategorier av strategierna så hade de lättare att kunna se och använda den mest framgångsrika strategin för att lösa problemet.

Lester (1996), Brunn (2013) och Legare m.fl. (2012) anser att det finns flera framgångsrika strategier som elever bör lära sig, när de jobbar med problemlösning inom matematiken. Följande är en kombination av klassificeringar som författarna skriver om.

- Rita en bild
- Skriva en tabell eller rita ett diagram
- Skriva en ekvation
- Gissa och prova sig fram
- Arbeta baklänges
- Arbeta med laborativt material
- Försöka hitta ett enklare problem att lösa
- Försöka hitta ett mönster
- Systematisk gissa, utesluta och kolla
- Dramatisera problemet
- Hitta nyckelord
- Ta bort onödig information

Lester (1996) skriver att för att kunna utveckla dessa strategier så ska undervisningen delas upp i olika faser. Den första fasen ska bestå i att eleven får lära sig en strategi, vad den innebär och vilka tekniker som krävs. Sedan behöver eleven få öva sig i att lösa problem med hjälp av strategin. I andra fasen så ska eleven få kunskap om när den ska använda strategin. Det sker genom att eleven får ett problem där den inte får veta vilken strategi den ska använda

utan själv får välja en lämplig strategi. Det är av största vikt att bägge faserna ingår i undervisningen. Legare m.fl. (2012) anser att när eleverna får gissa och fråga så ökar det chanserna att kunna lösa ett problem, men det är viktigt att eleverna får göra det hela tiden eftersom det kräver en tankeprocess av dem.

Sandahl (2014) beskriver att om eleverna ska kunna lösa ett problem så måste de ha utvecklat ett flertal strategier för problemlösning. Strategier utgörs också av kunskapen att kunna välja och använda olika hjälpmedel som problemlösningen kräver. Det är viktigt att lärare diskuterar olika lösningsmetoder när eleverna jobbar med problem.

Karlsson och Kilborn (2015) menar att det inte räcker med ett flertal strategier för att kunna lösa nya eller gamla problem. Eleven måste ha kunskap om hur strategierna är uppbyggda, för att kunna utveckla dem till nya lösningsstrategier. Förmågan ligger i hur eleven kan använda olika delar ur gamla strategier, för att sedan bygga upp en ny strategi. Ju fler strategier en elev har tillgång till desto större chans har den att hitta en bra lösningsförmåga, men för att bli en framgångsrik problemlösare är det viktigt inte nöja sig med att hitta lösningar på olika problem. Reflektion och ifrågasättande om det finns en bättre och smartare lösning bör ske för elevernas skull. Det gynnar eleverna om de får tid att reflektera innan de löser ett problem, samt får diskutera efteråt. När eleverna får diskutera varandras tankar och idéer, så stärks inte enbart deras förmåga att lösa problem utan även deras förmåga att resonera. Även förmågan till abstraktion ökar hos dessa elever.

1.2.3 Problemlösning i klassen

Brunn (2013) skriver att det finns en samsyn inom forskningen om att problemlösning är en förmåga som är nödvändig för elever att behärska.

Polya (1945) skriver att en lärares viktigaste jobb är att hjälpa eleven men det är en avvägning hur mycket hjälp läraren ska ge studenten. Ett bra sätt är att läraren ska försöka sätta sig i elevens situation, alltså han ska se problemet från elevens perspektiv och försöka förstå elevens tankegångar. När eleven arbetar med problemlösning så är det bra om läraren ställer samma fråga om och om igen, men det är viktigt att läraren byter ut orden i meningen. Målet är att eleven ska kunna fokusera på det okända. Undervisningen ska gå ut på att hjälpa eleven att lösa problemet, men även ge eleven förmågan och kunskapen att lösa problem i framtiden. Lester (1996) anser att för att elever ska bli bra problemlösare så måste ett problemlösningssystem till. För att detta ska bli framgångsrikt så måste det innehålla tre punkter: Lämpligt innehåll, undervisningsstrategier och riktlinjer för genomförande.

Innehållet ska ha lämplig svårighetsgrad för eleverna, undervisningen ska ges över tid där tillfälle ges till eleverna att lösa olika problem. Lester skriver att undervisningen ska vara systematiskt upplagd när eleverna lär sig hur man använder olika strategier.

Undervisningsstrategierna (Lester 1996) innebär att läraren måste ha en strukturerad plan om hur den ska undervisa problemlösning. Det är viktigt att läraren är närvarande i klassrummet. Ge elever kommentarer såsom att de ska läsa problemet igen och fundera igen. Det kan få eleverna att anstränga sig lite mer. Den mest utmanande uppgiften för en lärare är vilken sorts handledning den ska ge eleverna. Förutom den didaktiska kunskapen så måste en lärare ha riktlinjer för sin undervisning. Lester skriver att en riktlinje är att planera och utvärdera hur lång tid som eleverna ska jobba med problemlösning. Läraren måste också kunna anpassa sin undervisning så alla kan vara i samma klassrum oavsett prestationsnivå. Läraren måste också veta hur den ska kunna utvärdera elevernas prestationer.

Lester (1996) skriver att problemlösningens förmågan hos elever utvecklas långsamt under många år, beroende på att problemlösningen i sig kräver så mycket mer av eleverna än direkta kunskaper i matematik. Problemlösning i sig är svårt eftersom det är så komplext och många

elever kämpar med det. Lester anser att elever inte får tillräcklig mycket undervisning i problemlösning. Anledningen är problemlösningens komplexitet, men Lester beskriver några grundläggande principer när det gäller att undervisa om problemlösning. Den första principen innebär att eleverna måste lösa många problem så deras problemlösningssförmåga kan utvecklas. Andra principen är att elevernas problemlösningssförmåga måste få ta tid, man kan inte lära ut det på några undervisningstillfällen. Tredje principen hänger mycket på läraren, som måste övertyga eleverna om att problemlösning är viktig. Läraren måste vara engagerad. Den fjärde principen innebär att problemlösning ska ske under hela skolgången, författaren menar på att de flesta elever tjänar på det. Ahlström (1996) skriver att för kunna anpassa undervisningen till elevernas olika förutsättningar, erfarenheter och intressen så måste läraren ha god kännedom om olika problem och problemsituationer. Läraren är tvungen att reflektera över olika problemtyper så att variationen blir stor för eleverna.

Ahlström (1996) hävdar att det finns viktiga problemtyper att ha i åtanke, problemet måste kunna lösas med olika strategier och metoder, eleverna måste kunna välja. En annan aspekt är att problemet måste kunna lösas och visas på olika sätt såsom teckningar, figurer, tabeller och diagram. Tredje aspekten handlar om språket. Problemet ska visas för eleverna med olika långa texter och med eller utan bild. Texterna får även innehålla för mycket eller för lite information. Kontexten i problemet får även variera så länge texten innehåller samma sorts problem. Tiden för att lösa ett problem ska variera för eleven.

Ahlström (1996) skriver att läraren också har ett ansvar att hitta på lämpliga aktiviteter åt sina elever. Läraren måste reflektera och fundera så att undervisningen blir så varierad som möjligt.

Polya (1945) skriver att eleven får möjlighet att bli en bra problemlösare om läraren kan variera sin undervisning. Anledningen är det är lättare för eleven att lösa problem om den får se problemet ur olika vinklar. Ahlström (1996) beskriver att ett av syftena som problemlösning har är att förbereda eleverna för livet i vardagen. Det innebär att läraren måste individanpassa så långt det går och utgå från elevernas egna erfarenheter. Läraren kanske måste ändra sin undervisning i olika sammanhang, så att eleverna förstår vad som efterfrågas och vad de förväntas göra. Läraren måste själv tycka att det är roligt och viktigt att jobba med problemlösning. När eleverna jobbar enskilt ges en möjlighet för läraren att förstå hur den enskilde eleven tänker. Det är då som läraren kan se vad eleven behöver utveckla och förbättra, men även vad eleven måste förändra. Det är väldigt viktigt att den enskilde eleven blir tagen på allvar och att eleven känner sig respekterad och får stöd och uppmuntran. Dialogen mellan lärare och elev ska vara kontinuerlig. Schoenfeld (1985) anser att elever som är bra problemlösare kan visa sina uträkningar i olika former som t.ex. bild, diagram eller med siffror. Elever som är duktiga på att lösa problem reflekterar mycket över sin lösning istället för att utföra olika beräkningar utan reflektion.

Karlsson och Kilborn (2015) anser om man vill bli en bra problemlösare så ska man inte nöja sig med en lösningsmetod, utan alltid fråga sig själv om det finns en bättre metod för att lösa problemet. Det gynnar elever om de får tid att reflektera innan de löser problemet, följt av en diskussion efter att de har löst problemet. När eleverna tar del av varandras idéer och tankar så utvecklar de sin problemlösningssförmåga och sin förmåga att kunna resonera. Ahlström (1996) skriver att problemlösning stärker vårt självförtroende när vi kan hantera den. När eleverna är duktiga på problemlösning så kan de även upptäcka fel samt åtgärda dem. Dessa elever upptäcker snabbt att något inte stämmer och reagerar på det. För att eleverna ska kunna bli duktiga på problemlösning, så krävs det att eleverna får lång tid på sig att öva på olika slag av problemlösning.

Hagland, Hedrén och Taflin (2005) skriver att matematiska tankar kan uttryckas på olika sätt. Speciellt vid problemlösning kan uttrycksformer och hur man visar sin lösning variera. Författarna använder begreppet KLAG, som står för:

- Konkret uttrycksform, det innebär att eleven får arbeta med något laborativt material för att visa hur den har tänkt.
- Logisk/språklig uttrycksform, betyder att eleven använder sig av enbart språk när den arbetar med lösningen. Eleven använder sig inte av symboler eller kortare beskrivningar.
- Algebraisk/aritmetisk uttrycksform, innebär att lösningen visas med bokstäver eller siffror och tal
- Grafisk/geometrisk uttrycksform, eleven visar med hjälp av ritad bild, en graf eller en tabell hur den har löst uppgiften

Enligt Karlsson och Kilborn (2015) är det otroligt viktigt för eleverna som har svårt med förståelsen av matematiken att dessa får öva sig att resonera sig fram och att deras undervisning bli konkret.

Läraren får t.ex. rita problem på tavlan eller använda sig av laborativt material, så att eleven får en tydligare bild. Konkretiseringens syfte är att öka elevernas förståelse för ett begrepp eller en metod. Detta sker genom förklaringar och förtydliganden. Konkretisering kan leda till att elever förstår hur man tolka och beskriva sin omvärld med olika matematiska modeller. Csikos, Szitanyi och Kelemen (2012) undersökte hur användandet av bilder påverkade lågstadielevens förmåga att lösa problem.

De visade sig att bilden var till stor hjälp eftersom eleverna tyckte det var lättare att se och förstå problemet. Morin m.fl. (2017) gjorde en studie där elever fick jobba med modell via dator för att kunna synliggöra det matematiska problemet. Elever kunde skapa bilder, symboler och en modell som gjorde att eleverna fick en bättre och djupare förståelse.

Säljö (2014) skriver om det sociokulturella perspektivet som Lev Vygotskij (1896-1934) förespråkade. Att man lär sig i sociala sammanhang och i samspel med andra människor. Man får fler infallsvinklar och andra synsätt när man lär sig med andra.

Vygotskij ansåg att språket är det viktigaste av alla redskap och att språket är vår partner i det mesta vi gör. Det är när vi kommunicerar med andra människor som vi kan uttrycka oss, och kommunikationen hjälper oss att organisera världen omkring oss.

Vygotskij menade att det är med skriftspråk och talspråk vi kommunicerar och förstår våra medmänniskor (Säljö, 2014).

Eriksson m.fl. (1996) anser att genom att låta elever samtala och skriva inom matematiken så utvecklas deras språkförståelse. När eleverna får arbeta språkligt med matematiken så utvecklas deras matematiska tankeprocesser. När eleverna får resonera sig fram till en lösning så utvecklas deras förmåga att kunna bedöma lösningar och slutsatser.

Polya (1945) anser att problemlösningsförmåga handlar om praktiska förmågor, han jämför med konsten att kunna simma. När du vill lära dig att simma så tittar du först hur andra gör, sedan försöker du simma själv genom att försöka härma de andra. När du har övat tillräckligt länge så har du lärt dig att simma. Samma sak gäller vid problemlösning.

Riesbeck (2000) kom i sin forskning fram till hur viktigt det är med social interaktion mellan eleverna vid problemlösning. Riesbeck genomförde tre stycken olika observationer, där kommunikationen varierade. Hon använde sig av videoupptagningar som hon analyserade. Analysen visar att när elever kommunicerar i par eller grupp, så har det en positiv inverkan på deras lärande när eleverna jobbar med problemlösning. Enligt Riesbeck var anledningen att eleverna fick jobba med nya kunskaper på olika sätt. Det första sättet var när läraren hade en

demonstration på tavlan, då fick eleverna se och höra om problemlösning. Det andra sättet var när eleverna fick arbeta i grupp eller i par.

Riesbeck märkte när hon analyserade sitt material att eleverna inte alltid förstod det matematiska språket som läraren använde sig av, vilket medförde att de inte visste vad de skulle göra efter den ledda lektionen. När eleverna hade en gemensam diskussion i paren eller i gruppen så använde de ett elevnära språk. Diskussionen skedde genom detta på elevernas nivå, vilket ökade förståelsen. Swanson, Lussier och Orosco (2014) genomförde två studier med två olika grupper. Ena gruppen bestod av elever som hade lätt för matematik och den andra gruppen bestod av elever som hade svårt för matematik. Studien ville belysa elevernas begreppskunskaper inom matematiken och deras resultat visar att elever som hade svårt för matematik och begreppskunskap, inte kunde lösa uppgifterna. Författarna kom fram till att eleverna inte såg nyckelorden, och därför inte kunde lösa de matematiska problemen. Därför är det viktigt att först använda sig av ett språk som eleven kan, samtidigt som man introducerar de rätta begreppen.

Den amerikanske pedagogen John Dewey (1859–1952) ansåg att om kunskapen ska vara värdefull för människor så måste de kunna använda sig av kunskapen när de hamnar i olika situationer. Vidare ansåg Dewey att för att kunna ta till sig den nya kunskapen, så måste den utgå från tidigare erfarenheter som människor har (Säljö, 2014). Rahman och Ahmar (2016) visar också i sin undersökning hur viktigt det var för eleverna att kunna relatera till problemlösning. Argumentet i deras diskussion var att eleverna hade en djupare förståelse av problemet eftersom det låg nära deras verklighet och erfarenheter.

Eleverna fick möjligheten att lösa problem, genom att kunna använda sina tidigare erfarenheter. Även Sandahl (2014) anser att man måste utgå från elevernas erfarenheter när man introducerar nya begrepp. Läraren kan också diskutera en specifik situation som är bekant för eleverna. Den diskussionen måste få ta tid, så eleverna får känna sig delaktiga och kan utveckla en förståelse för begreppet.

Ahlberg (1995) hävdar att elevernas erfarenheter är en avgörande faktor för hur läraren lägger upp sin undervisning. Författaren skriver att läraren ska fungera som en förmedlare mellan matematiken och eleverna.

1.3 Syfte och frågeställningar

Mitt syfte med uppsatsen är att undersöka hur lärare arbetar med sina elever i matematik och problemlösning. Jag vill ta reda på hur lärare lär ut strategier till sina elever och hur eleverna lär sig att arbeta med strategierna. Vilka metoder anser lärarna är de bästa för eleverna?

Frågeställningar

1. Vilka metoder använder sig läraren av i sin undervisning inom problemlösningen?
2. Vilka strategier anser lärare är mest lämpliga för yngre elever?

2 METOD

För att uppfylla syftet har jag valt att intervjua två lärare som jobbar i årkurserna 1-3. Dessa lärare har jag sedan observerat när de har haft undervisning om problemlösning.

Backman (2008) beskriver att intervjuer är den vanligaste metoden när man genomför en kvalitativ studie. För att få så informativa svar som möjligt så ställde jag öppna frågor och intervjuguiden var halvstrukturerad (Kvale, 1997). Jag ansåg detta var bäst eftersom vilka följdfrågor som jag skulle ställa till intervjupersonerna berodde på de svar de gav mig under intervjun. Kvale anser att den som intervjuar ska försöka förstå den intervjuades livsvärld. Under intervjuerna så använde jag mig av ljudinspelning. För att komplettera intervjuerna så genomförde jag klassrumsobservationer.

Enligt Kylén (2004) är observationer den vanligaste metoden för att få en uppfattning av vad som händer. Frågan jag ställde mig var ”vad ser jag nu”, ”vad händer nu”. Observationen var planerad eftersom jag i förväg visste vad jag skulle observera. Under lektionen så jag utförde jag en löpande observation (Johansson & Svedner, 2010). Det innebär att jag skrev om händelseförloppet under en längre tid. Jag valde den metoden eftersom det var forskningsfrågorna som bestämde vad jag skulle observera.

2.1 Urval

Eftersom jag ska jobba i klasserna F-3 så var det av största intresse att göra min undersökning i någon av dessa klasser. Via Gävle kommuns hemsida tog jag reda på vilka grundskolor som fanns. När jag besökte en grundskolas hemsida så sökte jag efter mailadresser till F-3-lärare, och sedan skickade jag ett massutskick till dem.

Det var cirka 15 stycken som svarade på mitt mail, och de som sa ja först valde jag ut till min undersökning. Från början var det 5 kandidater som även fick vårdnadshavarnas godkännande, men 3 av dem ångrade sin medverkan av olika anledningar.

Jag tog inte någon hänsyn till hur länge lärarna hade varit verksamma eller vilken klass de var mentor i just nu. Om det skulle vara någon skillnad på dessa punkter så tänkte jag att det skulle bli mer intressant för min undersökning eftersom det kan förekomma vissa kontraster mellan olika lärare och vilka strategier som används i klasserna

2.2 Datainsamlingsmetoder

Jag intervjuade och observerade två lärare. De hade båda arbetat som lärare i över tio år och hade behörighet i matematikundervisning för år F-3.

Kvale (1997) anser att det är viktigt att få förkunskap i det ämne som ska undersökas. Jag läste mycket litteratur om problem, problemlösning, strategier och hur man kan arbeta med detta i klasser. Mina intervjufrågor utformades från tidigare forskning om problemlösning och problemlösningstrategier.

När mina informanter hade svarat att de ville medverka i min undersökning och hade fått godkännande av vårdnadshavarna så bestämdes att vi först skulle göra intervjun för att sedan genomföra klassrumsobservationen. Inför varje intervju så påminde jag om syftet med uppsatsen och att de närsomhelst kunde avbryta sin medverkan. För att underlätta för lärarna under intervjun, kom vi överens att jag kom till deras arbetsplats efter lektionstid. Jag upplevde det som en positiv stämning under intervjuerna, deltagarna brann för ämnet. Intervjun byggde på tre frågor: Vad är problem och problemlösning för dig? Vilka strategier tycker du är viktiga? Varför anser du att problemlösning är viktig för eleverna? Följdfrågorna varierade eftersom svaren från deltagarna var olika. Varje svar var långt och uttömmande och det hände att mina deltagare kom in på andra saker som de gärna ville berätta om eller visa.

Jag använde min telefon för ljudinspelning under intervjuerna. Dessa tog ca 30 minuter och klassrumsobservationerna 30-40 minuter beroende på hur lång deras lektion var. Jag gjorde en observation per lärare. Innan min observation började så presenterade jag mig inför eleverna, de var väldigt nyfikna på mig och vad jag gjorde där. Inför observationerna så hade jag läst på och tagit ut stödord från intervjuerna som jag använde som bakgrund när jag observerade. När jag observerade så skrev jag kontinuerligt vad jag såg. När lärarna hade genomgång på tavlan så låg mitt fokus på denne och när eleverna jobbade tillsammans så rörde jag mig fritt i klassrummet för att kunna se vilka strategier som eleverna använde sig av. Efter den ena observationen gavs tillfälle att genomföra informella intervjuer med eleverna.

2.3 Procedur

Jag spelade in intervjuerna på min telefon. Efter varje intervju transkriberade jag den direkt medan jag hade den i färskt minne. Dessutom ville jag ha den transkriberade versionen tillgänglig när jag utförde klassrumsobservationerna. När transkriptionen var klar så läste jag genom den och tog bort upprepningar och småord som inte var relevant för undersökningen. Under analysen av intervjuerna så tittade jag hur informativa svaren jag hade fått av intervjupersonerna. Jag försökte se om det var något som intervjupersonerna återkom till som uppfattades viktigt och som var relevant för min undersökning. Efter observationerna läste jag igenom det jag hade skrivit samtidigt jag reflekterade över vad jag hade sett såsom lärarens agerande och de strategier som klassen hade använt sig av. Jag analyserade valet av strategierna och varför lärarna hade förespråkat vissa av dem, men jag analyserade också varför eleverna hade valt vissa strategier under lektionen. Jag reflekterade över hur lärarna hade utformat sin lektion.

2.4 Analysmetoder

När jag tog kontakt med lärarna för min undersökning så bifogade jag ett dokument till dem och ett annat till föräldrarna där jag mer ingående skrev vad mitt syfte var med min undersökning. Jag uppmanade dem att höra av sig om något var oklart. Jag skrev även om hur alla parter fick bestämma över sin medverkan och hur alla parter skulle behandlas med största sekretess. De fick även information om hur denna undersökning skulle nyttjas. Därmed hade jag tagit hänsyn till de fyra forskningsetiska principer som vetenskapsrådet har skrivit. Eftersom eleverna var under 15 så var det nödvändigt att elevernas vårdnadshavare gav sitt samtycke. För att vårdnadshavarna skulle få ännu tydligare information, så skrev jag kortfattat om vad de 4 olika forskningsprinciperna betydde. Jag bifogade även en länk till vetenskapsrådets hemsida så de kunde läsa mer om de ville.

3 RESULTAT

Jag kommer att presentera resultatet utifrån mina frågeställningar. I texten kommer jag att referera till de intervjuade lärarna som lärare A och lärare B.

3.1 Vilka metoder använder sig läraren av i sin undervisning inom problemlösningen

Lärare A undervisar i årskurs 1 och jobbar mycket med konkreta material med sina elever. Hen tycker att det viktigt att eleverna får jobba med laborativa material och rita sina lösningar.

”Yngre elever är i stort behov av det eftersom problemet blir så mycket tydligare för dem.”

Lärare A ansåg att eftersom elevers kunskapsnivåer kan skilja sig inom läs- och skrivförståelse, är det ett bra verktyg för oss lärare att kunna arbeta laborativt och rita när vi jobbar med problemlösning. Vi kan på ett enkelt sätt visa för eleverna vad vi menar och hur vi löser det. Om du t.ex. ritar en bild så kan du stryka över ett objekt när det handlar om subtraktion, eller rita till ett objekt när du ska addera något.

Det är viktigt att eleverna förstår vad som efterfrågas när de arbetar med problemlösning, något lärare A ofta påpekar för sina elever. För att eleverna skulle bli intresserade av att lära sig problemlösning så utgick hen mycket från elevernas situation när hen gav dem exempel på ett problem. Lärare A tyckte att det gav en positiv inverkan på eleverna eftersom det ökade kreativiteten hos eleverna. Det visade sig genom att eleverna själva kunde hitta på egna problem åt sina klasskamrater. Lärare A tyckte att det var viktigt att motivera eleverna att jobba aktivt med problemlösning eftersom det ska förbereda dem inför vardagslivet. Eleverna måste själv vilja lära sig problemlösning och förstå varför det är viktigt.

”Jag tänker alltid på att ge elevnära exempel när vi diskuterar problem, det kan handla om situationer i skolan eller hemma. Om t.ex. du ska ha kalas och göra en tårta för si och så många, hur mycket behöver du av allt och hur ska du räkna ut det”

Det bästa sättet enligt hen är att utgå från elevernas vardag eftersom eleverna har lättare att förstå problemen. Eleverna kan själva tänka sig in i problemsituationerna. Enligt lärare A så är det viktigt att utgå från eleverna eftersom det påverkar förståelsen inför problemen. När eleverna blir medvetna om hur problemlösning kan användas i deras vardag, så väcks det ett intresse. När eleverna blir äldre så får de andra intressen och då måste man kunna uppmärksamma dem och ta dem som exempel. Annars är risken att eleverna tappar intresset och motivationen till att lära sig problemlösning. Lärare A ansåg att om man hela tiden ger elevnära exempel så förstår eleverna ganska snabbt att problemlösning är en nödvändig kunskap. Efter en tid så kan de själva komma på ett problem åt sig själv eller till sin klasskompis.

”Det är viktigt att träna tänket och förklara hur man har tänkt. Tankeprocesserna är det intressantaste hos eleverna. Både tankeprocesserna och reflektion är viktiga i matematikvärlden”

Lärare A ansåg att det var viktigt att eleverna får reflektera över olika lösningar när de jobbar med problemlösning i klassen. För att öka deras reflektion och deras lärande så får eleverna motivera varför och hur de har löst en uppgift. Det är viktigt att de får sätta ord på sina tankegångar så att de blir medvetna om hur de tänker. Lärare A ansåg att det även ökade förståelsen bland eleverna när de fick diskutera. Hen tyckte att det var en fördel när eleverna jobbade tillsammans eftersom de fick se problem och lösningar från olika vinklar. Ibland fick eleverna diskutera en felaktig lösning för att komma på varför den är fel uträknad. Elever måste bli uppmärksammade på felaktiga strategier och kunna bedöma själv vad som är felet ansåg lärare A. Lärare A ansåg att det är viktigt att elever får jobba med problemlösning

kontinuerligt eftersom det tar tid att lära sig behärska problemlösning. När eleverna jobbar med problemlösning så tränas de i att tänka och reflektera över vilka metoder de ska använda sig av. Hen tyckte att grupparbeten breddar elevers inläring eftersom eleverna måste lyssna och förklara för varandra hur man tänker. Förutom ökade kunskaper inom matematiken så tränas deras samarbetsförmåga, vilket gynnar dem i framtiden. Under den observerade lektionen jobbade eleverna i par när de löste ett gemensamt problem. Eftersom lärare A introducerad LURBRAK i klassen så gick hen alla steg gemensamt med klassen. För varje steg så fick eleverna förklara hur de tänkte, med hjälp av att rita en bild eller visa med hjälp av laborativt material. Lärare A tyckte också att det är viktigt att elever reflekterar över vilka svar som rimliga när de löser ett matematiskt problem. Det görs ofta genom att kontrollera stegen i deras uträkning och läsa om informationen i texten. Lärare A tyckte att reflektion är mycket viktigt när elever jobbar med problemlösning, ju mer de får diskutera och reflektera desto säkrare blir eleverna i sin utveckling inom problemlösning. Det innebär att eleverna själva kan välja strategier som fungerar för att lösa ett problem.

Lärare B arbetar i årskurs 3 och precis som lärare A så fokuserar hen på bildstöd och laborativt material. Även om eleverna går i trean och är mer van att jobba med problemlösning så tycker lärare B att det är viktigt att eleverna får rita sina lösningar och få jobba med laborativt material. Lärare B tyckte att det är viktigt att varje individ ska få en chans att klara av att lösa ett problem. Det är viktigt för eleverna att de får självförtroende eftersom det ökar viljan och intresset för problemlösning. För att underlätta undervisningen för eleverna så försöker lärare B ta vara på deras intressen och erfarenheter, hen tyckte att det är viktigt så att eleverna förstår kontexten och kan relatera till den. Lärare B ansåg att problemlösning var viktig i undervisningen eftersom det är en tillämpning för eleverna i livet. Hen ansåg att problemlösning måste få ta tid och det ska krävas en viss ansträngning från eleverna eftersom det är så en utveckling sker. Problemlösningen måste vara en återkommande del i elevernas skolgång. För att undvika att det ska bli en rutinuppgift så lägger lärare B mycket fokus på att eleverna ska kunna förklara hur de tänker, hen menar att det ska vara den största utmaningen för eleverna ibland.

”Det svåraste för dem kan faktiskt vara att sätta ord på hur de tänker, att kunna reflektera på ett sätt som är utvecklande för dem. Berätta hur de tänker är den största utmaningen för eleverna som ser svaret på en gång”

De är så vana att skriva en uträkning utan att behöva förklara sina tankegångar. Hen ansåg att det var viktigt för eleverna att kunna beskriva sina tankegångar eftersom eleverna då blev medvetna om dem. När de blev medvetna om dem så kunde de fortsätta sin utveckling inom problemlösning, men det stärkte även deras förmåga att förstå hur deras klasskamrater tänkte. Lärare B tyckte att det var viktigt att man jobbade effektivt med eleverna så de fick tränas att analysera och reflektera tidigt. Hen hade börjat med det när hennes elever gick i ettan.

” Till en början är det ju svårt men man får hjälpa dem på traven särskilt i ettan, men jag tycker det lönar sig för nu när de går i trean är vissa riktigt vana att reflektera och det är inte bara i matematiken utan i andra ämnen med”

Lärare B ansåg att kooperativt lärande påverkar eleverna positivt och hen använde något som kallas EPA. Det står för enskild, par och alla. Ibland får eleverna göra varje steg i skriven ordning och ibland får eleverna jobba enbart i par eller enskilt. Lärare B tyckte dock att par och helklass gynnade eleverna mer eftersom det gav tillfälle för eleverna att diskutera med varandra. När eleverna jobbar med problemlösning anser B att det är viktigt att eleverna reflekterar över hur de kommer fram till sin lösning och om det finns någon annan lösning som är bättre. Hen brukar utmana eleverna med ett problem som kan ge flera olika utsagor och svar.

”Vissa av eleverna förstår att ett problem kan ge 10 olika svar samtidigt som andra tycker det är jättekonstigt. Då måste man kunna visa på ett sätt som eleven förstår. Om man t.ex. vill ha svaret 10 så kan man ju komma fram till det på så många olika sätt. 2 gånger 5 är 10, 8 adderat med 2 är 10 o.s.v.”

Utmaningen blir då att förstå att olika uträkningar kan ge olika svar, men också att se den effektivaste. En uträkning som har flera steg, kanske kan bytas ut till en annan uträkning som innehåller färre steg. Lärare B ansåg att kooperativt lärande gynnar elever eftersom det ger större möjligheter för dem att diskutera och reflektera över problemlösning. När diskussionen och reflektionen äger rum så sker lärandet. Förutom lärandet i problemlösning så lär sig eleverna att ha tålamod och analysera. Lärare B elever har redan från första klass arbetat med att diskutera och reflektera i grupp och i helklass, vilket gör att de har en förmåga att kunna diskutera olika lösningar och värdera dem. Lärare B är noggarna med ordförståelsen och hen brukar skriva upp olika matematiska begrepp på tavlan för att sedan diskutera betydelsen av ordet med klassen. Elevernas intresse ökar eftersom de får chans att berätta om egna erfarenheter kring begreppet, eller om de kan relatera till begreppet på något sätt. Det är viktigt att de får höra begreppen eftersom det ligger till grund för fortsatta studier.

3.2 Vilka strategier anser lärare är mest lämpliga för yngre elever

Strategier för lärare A handlar om hur elever löser ett problem. Hen tyckte att det är viktigt att eleverna behärskar många olika strategier eftersom det ökar deras chanser att välja den mest lämpligaste strategin för ett specifikt problem. Hen ansåg att det är viktigt för eleverna att de får diskutera olika strategier med varandra. Det ger eleverna möjlighet att få analysera och reflektera och utvärdera olika strategier. Lärare A vill uppmärksamma sina elever på hur tidsskillnaden skiljer sig emellan olika strategier, alltså hur lång tid det tar att lösa problem med olika strategier.

”I grupparbeten så kan vi jämföra olika strategier och säga titta vad lätt det blev för den här gruppen, deras strategi gick också men den tog längre tid. Det är viktigt att uppmärksamma dessa även om det finns flera sätt att komma fram till svaret. Det är bättre att eleverna får flera verktyg”

De strategier som lärare A anser är bäst för yngre elever är att rita en bild eller jobba med laborativa material. Hen ansåg att yngre elever måste få sin undervisning konkretiserad eftersom det underlättar förståelsen för eleven. Även om eleverna har god läsförmåga och kan tänka abstrakt så tyckte hen att det var viktigt att eleverna inte slutade att jobba konkret med problemlösning. När eleverna blir mer säkra i sin läsning och läsförståelse så ger lärare A dem problem med mer text, då blir deras utmaning att kunna avgöra vilken information som är överflödigt i texten. Lärare A anser att det finns många olika strategier som är användbara, men som pedagog måste man reflektera över vilka strategier som passar till eleverna. Enligt hen är det viktigt att ha god kännedom om sina elevers tankesätt eftersom det är då man kan hjälpa dem på bästa sätt.

Lärare A hade en årkurs etta som hon delade upp i halvklass när hon skulle introducera dem till problemlösning och ge dem en modell som eleverna skulle få arbeta med. Hen tyckte att det var en bra modell eftersom hen ansåg att det fanns viktiga strategier i den. Den här modellen har lärare A jobbat utifrån i många år och hen tycker det är ett bra redskap för eleverna. Lärare A ansåg att läraren har ett visst ansvar mot eleverna när de arbetar med problemlösning. Hen påpekade att lärare ska introducera elever för strategier som är användbara för dem. Modellen hon använder sig av kallas LURBRAK, vilket står för

- Läs hela uppgiften
- Upprepa frågan och stryk under den
- Ringa in viktiga ord såsom viktiga matteord, och ord som visar vilket räknesätt du måste använda dig av

- Bestäm räkneseättet
- Rita lösningen
- Ange räkneseättet
- Kontrollera ditt svar, reflektera över om det är rimligt

Under observationstillfället så gick lärare A genom varje steg med eleverna. För att få dem mer intresserade så fick eleverna läsa texten högt för varandra. Det ledde till en diskussion om vad frågan var i texten. För att säkerhetsställa att eleverna förstod innehållet så tog de upp ord i texten som uppfattades svårt för en elev. I detta fall var det orden dubbelt och hälften som togs upp i klassen. Lärare A visade ett stort intresse för sina elever då de fick analysera och motivera sina tankegångar. Hen ställde alltid en motfråga för att eleverna skulle få möjligheter att reflektera över sina tankegångar. När eleverna fick redovisa sina lösningar så lyfte hen fram varje lösning som klassen diskuterade. Eleverna fick motivera varför lösningarna var bra eller mindre bra. När lektionen var över så gavs tillfälle att diskutera modellen med eleverna. En del tyckte den var svår eftersom det var många steg att arbeta med, samtidigt tyckte majoriteten att modellen var rolig och hade goda egenskaper.

De goda egenskaperna var att den var lätt att komma ihåg, den kunde på ett tydligt sätt hjälpa eleverna att visa hur de tänkte då de kunde ha svårt att formulera sig verbalt. Hen kunde på ett informativt sätt förklara för klassen om vilka olika lösningar som uppkom. Lärare A hjälpte till i elevernas redogörelse så att de andra i klassen förstod deras tankegångar och lösningar. Lärare B ansåg att eleverna gynnas av att behärska många olika strategier eftersom de då kunde välja den mest framgångsrika för ett specifikt problem. De strategier som hen tyckte var de viktigaste för yngre elever att behärska var att kunna rita en bild och jobba med laborativt material. Det är viktigt att kunna konkretisera för de yngre eleverna. Även om eleverna kan läsa sig till informationen i texterna så är konkretiseringen en bra och viktig strategi.

” Jag tycker att det är viktigt att jag reflekterar över strategier som jag lär ut till mina elever. De måste vara strategier som fungerar för dem så de kan utvecklas. Jag tittar ibland i läroböckerna och väljer bort strategier som jag anser är för svåra för mina elever.”

Lärare B tyckte att det var viktigt att eleverna kunde skriva upp olika algoritmer eftersom det kunde förenkla för eleverna. Istället för att räkna ut en multiplikation så kunde eleverna räkna ut upprepad addition. Det kunde underlätta förståelsen för eleven. I sin undervisning så påpekade Lärare B för sina elever att det var viktigt att de förstod vad som efterfrågades i texten. Därför poängterade hen att stryka under frågan var en god strategi. När eleverna förstod vad som efterfrågades så skulle de bestämma räkneseätt. Efter att eleverna hade räknat ut svaret så skulle de reflektera över om svaret var rimligt. Under observationstillfället så blev eleverna indelade i par och de fick ett varsitt papper med olika problem som de skulle lösa tillsammans. Problemen innehöll divisionsuppgifter.

Lärare B gick igenom det första exemplet i helklass för att sedan låta eleverna arbeta självständigt. De strategier som jag såg att de flesta eleverna använde var att rita sina lösningar och jobba med laborativa material. Eleverna som ritade sina lösningar ritade antingen en påhittad symbol eller det objekt som beskrevs i texten. Vissa elever ritade väldigt noggrant. Det laborativa materialet varierade hos eleverna för de använde klossar, lego, pennor etc. Paren diskuterade med varandra och visade för varandra hur de tänkte. De var ivriga i sina samtal och de var kreativa i sina lösningar. Jag stannade till vid ett par och frågade hur de hade kommit fram till sitt svar. Deras tankegångar var olika men de hade kommit fram till rätt svar. Eleverna visade sina tankegångar med hjälp av bild eller laborativt material samtidigt som de förklarade dem för mig. De elever som ritade sina lösningar och använde sig av laborativt material ansåg att det var lättare att förstå matematiken eftersom det

blev tydligare för dem. En annan strategi som några elever använde sig av var att stryka under frågan. De ansåg att det var viktigt att vara medveten om vad som efterfrågades eftersom de annars inte visste vad de skulle göra. Efter att ha förstått frågan i texten så letade en del elever efter nyckelord i texten, alltså ord som indikerade hur uträkningen av problemet skulle genomföras. Ibland frågade jag elever varför de hade gjort en viss uträkning och svaret blev oftast att texten hade utformats på ett sådant sätt att de förstod hur de skulle genomföra sin uträkning. Reflektioner om svaret var rimligt gjordes av några elever men dessa var osäkra i matematik. Dessa elever ville oftast ha hjälp av lärare B som de kunde prata med. När de diskuterade med hen så kunde ibland se själva att de hade tänkt rätt eller fel. Lärare B försökte alltid förstå elevernas tankegångar och försökte få eleverna att sätta ord på deras tankegångar. De elever som var säkra i matematiken reflekterade mindre eftersom de ansåg att svaret var rätt. När de hade löst ett problem så börja de omgående på nästa problem.

4. Diskussion

I resultatdiskussionen kommer jag att diskutera svaren utifrån mina frågeställningar och relatera dem till tidigare forskning.

4.1 Vilka metoder använder sig läraren av i sin undervisning inom problemlösningen

Det som lärarna tog fasta på i sin undervisning i problemlösning var att eleverna fick jobba kooperativt. De var positivt inställda till att samarbeta mellan eleverna. Lärarna uppmuntrade eleverna att diskutera och analysera när de arbetar med problemlösning. Reflektionen ansågs vara viktigt eftersom det skedde en lärandeprocess hos eleverna. För att underlätta förståelsen för eleverna, använde sig lärarna av ett elevnära språk. De använde exempel som utgick ifrån elevens vardag. Lärarna ansåg att problemlösning var viktigt för eleverna eftersom de förberedde dem inför livet. Lärare A tyckte att problem och problemlösning ingick i elevernas vardag redan nu. Båda lärarna ansåg att arbetet med problemlösning måste få ta tid. Det är tidskrävande för eleverna att lära sig att behärska.

Både lärare A och lärare B ansåg att det gynnar elever att få samarbeta med varandra. Precis som Vygotskij (Säljö, 2014) så menade de att elever lär sig av varandra. När de jobbar i par eller i grupp ges eleverna möjlighet att få nya kunskaper och de får även möjlighet att se kunskapen ur flera olika perspektiv när eleverna samarbetar.

Riesbeck (2000) kom fram i sin forskning att elevernas inläring påverkas positivt när de arbetar i grupp eftersom eleverna får dela varandras tankegångar.

Jag tror att elevers möjlighet att tänka stort påverkas positivt när de samarbetar i par eller i grupp. De får förklaringar på ett varierande sätt från sina klasskamrater.

Precis som Lester (1996) ansåg båda lärarna att elevernas förmåga att lösa problem utvecklas under lång tid. Det är viktigt att eleverna får jobba med problemlösning kontinuerligt. Jag tolkar det som att arbeta med problemlösning måste få ta tid eftersom det är komplext. Det är många steg för elever att genomföra vid problemlösning. De ska kunna förstå vad som efterfrågas, redan där måste läraren förklara för dem vad som är en fråga, hur den känns igen i en text. Läraren och klassen måste ha en diskussion om vad olika tecken betyder i text som utropstecken, punkt och frågetecken. Därefter måste eleverna få lära sig olika strategier som är framgångsrika för dem. Dessa strategier kan vara olika beroende på vilken ålder eleverna har. När de går i ettan kanske de inte har läsförståelsen så de kan ringa in viktiga ord, utan den strategi som passar bäst är att rita sin lösning eller visa med hjälp av laborativt material.

Bägge lärarna utgick hela tiden från elevernas erfarenheter och använde sig av ett elevnära språk i sin undervisning. Ahlström (1996) beskriver att det nödvändigt att läraren kan utgå från elevernas erfarenheter och dess förutsättningar.

Bägge lärarna utgick mycket i sin undervisning utifrån eleverna. När de tog fram exempel på problem för eleverna, så handlade de alltid om något som de kunde relatera till. Det gav en positiv effekt på eleverna eftersom de fick en djupare förståelse för problemen i fråga.

Rahman och Ahmar (2016) visade också i sin forskning att elever fick en djupare förståelse om problemet utgick från dem själva. Bägge lärarna hade exempel som berörde eleven på olika sätt. Exempelen kunde bestå i att det var ett visst antal barn som skulle dela på ett visst antal glassar. På så sätt blev eleverna mer motiverade att lösa problemet och lära sig använda strategier. Säljö (2014) beskriver att om kunskapen ska ses om värdefull för människan och

kunna användas för att bygga upp nya kunskaper så måste den utgå från erfarenheterna. Lärare A och lärare B tog fasta på elevernas erfarenheter när de gav exempel på problemlösning. Det verkar då som en lärare måste ha en verklig god relation med sina elever och ha kännedom om dem som personer och hur deras hemförhållanden ser ut. I diskussionerna ska eleven alltid känna sig bekväm. Likväl verkar det som att läraren kan tala och förklara på ett språk som alla elever förstår, oavsett om det är talspråk eller bildspråk. Det kan vara svårt om det finns stora skillnader på livserfarenheter i klassen. Det förefaller som att en lärare måste reflektera över vad som är bäst för den enskilde eleven. Enligt mina erfarenheter så börjar jobbet med eleverna med att skapa en relation till dem, för om du inte har deras förtroende så kommer du aldrig att lära känna dem och deras åsikter, intressen och värderingar.

De likheter jag ser mellan de olika lärarnas arbetssätt är att de låter eleverna jobba med konkreta material och bilder. Karlsson och Kilborn (2015) beskrev att det var viktigt för elever som hade svårigheter för matematik att kunna få resonera sig fram och att få en undervisning som är konkret. Syftet är att eleverna ska få ökad förståelse med hjälp av att rita en bild eller att jobba med laborativt material. För lågstadieelever är just att få jobba med konkretisering väldigt viktigt. Csikos, Szitanyi och Kelemen (2012) visade med sin undersökning vilken avgörande roll bilden hade för elevers förståelse vid problemlösning. Bägge lärarna ansåg att det var viktigt att elever fick jobba med laborativa material och bilder under lång tid. De ansåg att de strategierna var viktiga för eleverna eftersom de ökade deras förståelse. Även om eleverna blir bättre på att lösa problem inom matematiken så tyckte lärarna att eleverna skulle ha som vana att rita bilder eller jobba med olika material som t.ex. klossar. Eftersom problemen bli svårare ju äldre eleverna blir så måste de kunna se problemet på ett tydligt sätt. Eleverna i lågstadiet måste få arbeta konkret med problemlösning, matematik och problemlösning i sig kan vara väldigt komplext för elever.

4.2 Vilka strategier anser lärare är mest lämpliga för yngre elever

De strategier som båda lärarna förespråkade var rita bild, jobba laborativt, stryka under frågan, bestämma räknesätt och reflektera över om svaret var rimligt eller ej. En tänkbar anledning till att eleverna får jobba laborativt och rita sina lösningar är att båda lärarna vill konkretisera undervisningen för eleverna. Karlsson och Kilborn (2015) beskrev att det är viktigt att undervisningen blir konkret för eleverna eftersom de kan tolka sin värld med matematiska modeller. Precis som Lester (1996), Brunn (2013) och Legare m.fl. (2012) så förespråkade Lärare B att eleverna fick jobba med konkreta strategier såsom rita bilder och arbeta med laborativt material. Hen ansåg det var bra för eleverna att de fick jobba med konkret material så länge som möjligt. Enligt lärare B så uppskattade eleverna att kunna använda det som en strategi. Lärare A ansåg också att yngre elever måste få sin undervisning konkretiserad eftersom det mer tydligt för att förstå problem och visa hur de tänker när det löser ett problem. Lärare A tyckte att var viktigt att eleverna jobba med laborativa material och rita sin lösningar även när de blev mer säkra i problemlösning. Problemen blir svårare eftersom det blir mer text för eleverna att förstå, det kan vara flera steg i ett problem som de ska lösa innan de kommer fram till svaret.

Liksom Polya (1945) så ville båda lärarna att eleverna skulle förstå vad som efterfrågas, eftersom det leder dem till nästa steg i att lösa problem. I arbete LURBRAK så skulle eleverna upprepa frågan och stryka under den. Jag tolkar det som att förståelse för frågan är nödvändig för att gå vidare för att lösa ett matematiskt problem. Om eleverna inte har någon som helst uppfattning om vad som efterfrågas kan de ju omöjligt veta hur de ska lösa ett

problem. Lärare B påpekade för sina elever att de måste veta vad som efterfrågas i ett problem. Under observationen var det några elever som i den klassen som strök under frågan på sina papper. Under observationerna använde lärarna elevnära exempel. De ansåg att det var viktigt att utgå från elevens erfarenheter och dess vardag. Lärarna uppfattade som att eleven hade lättare att förstå problemet eftersom dessa kunna innefatta dem.

Rahman och Ahmar (2016) visade i sin undersökning hur viktigt det var för eleverna att de kunde relatera till problemet och kunde använda sina tidigare erfarenheter. Alhberg (1995) hävdade att elevernas erfarenheter ligger till grund om hur läraren utformar sin undervisning. Jag tror också att eleverna måste kunna ta in det som beskrivs för hur ska de annars få en klar bild över situationen. Om de kan relatera till det så tror jag att de kan få en djupare förståelse för problemet. Jag tror även att intresset bevaras om man utgår från elevens intressen och erfarenheter. Polya (1945) beskrev att förståelsen i problemlösningen innefattade att eleven måste veta vad som efterfrågas och vad de vet om problemet. Schoenfeld (2013) beskrev att elevernas förkunskaper inom ämnet är en faktor som påverkar elevens förmåga att lösa ett problem. Liksom Polya (1945) ansåg lärare B att det var viktigt att eleverna förstod vad som efterfrågas för att överhuvudtaget kunna lösa problemet. Genom att dessa elever var äldre så började de arbeta självständigt på en gång. När jag gick runt så frågade jag dem hur de skulle lösa problemet. Oftast fick jag till svar att de redan visste något om problemet som t.ex. vad det var som efterfrågades och därför visste de hur de skulle lösa problemet. Schoenfelds (1985) andra steg i sin problemlösningssmodell var att använda sina matematiska kunskaper, vilket jag tycker att eleverna gjorde eftersom de hade stött på den här sortens problem förr. De kunde avgöra t.ex. vilket räknesätt som de skulle använda sig av för att kunna lösa problemet med hjälp av texten.

Båda lärarna ville att deras elever skulle reflektera om deras svar var rimligt, både Polya(1945) hade som sista steg i sin modell att eleverna skulle utvärdera sitt svar. De skulle reflektera om svaret kunde vara rimligt och om de på något sätt kunde kontrollera det. Schoenfelds (1985) sista steg var också att kontrollera svaret. Det förefaller som att kunna reflektera är ett viktigt steg för eleverna att behärska. Utan någon reflektion så kanske det blir svårt för eleverna att bli medvetna om sina tankar. Reflektionen är viktigt för elevernas utveckling. Eriksson m.fl (1996) ansåg att det är när eleverna resonerar sig fram som de utvecklar sin förmåga att kunna bedöma lösningar och slutsatser. Karlsson och Kilborn (2015) ansåg när elever reflekterar och tar del av sina klasskamraters tankar så utvecklar de sin problemlösningssförmåga och sin förmåga att resonera.

Lärare A hade en diskussion med sina elever och visade på ett väldigt konkret sätt om hur de kunde kontrollera att deras svar var rimligt. Under diskussionen tog alla del av varandras tankar och reflektioner.

Lärare A arbetade med LURBRAK i klassen och jag kan se kopplingar till de strategierna som jag har skrivit om i bakgrunden som t.ex. rita en bild, hitta nyckelord. Lärare A har reflekterat och tagit fram en modell ur dessa som hen ansåg vara en framgångsrik för elever att arbeta med. De första två bokstäverna handlar om att eleverna ska förstå hela uppgiften och kunna veta vad som efterfrågas, för att frågan ska bli mer konkret för eleverna så stryker de under frågan. Lester (1996), Brunn (2013) och Legare m.fl. (2012) ansåg att en strategi var att hitta nyckelorden i texten för att kunna lösa ett problem. Lärare A använde sig av det steget med när hon jobbade med LURBRAK. Två steg som inte står ordagrant i de strategierna som finns i bakgrunden är att eleverna ska bestämma sig för ett räknesätt som de senare ska ange, det förefaller som dessa steg sker med automatik när man jämför med Polyas (1945) och Schoenfeld (2013) modell för problemlösning. Redan när eleverna börjar planera hur de ska lösa ett problem så funderar de ut hur de ska komma fram till en lösning.

Lösningen kommer de fram genom att använda ett räknesätt. När de sedan genomför sin plan för uträkningen, så använder sig eleverna av räknesättet som de planerade.

Polya (1945) ansåg att eleverna måste fråga sig själva och reflektera om svaret de fick var rimligt. Eleverna skulle helst komma på ett sätt att kunna kontrollera svaret. Schoenfeld (1985) använder sig av det steget i sin modell för problemlösning.

De strategier som finns listade i bakgrunden som ingen av lärarna har diskuterat är att skriva en ekvation, arbeta baklänges, rita eller skriva ett diagram och dramatisera problemet.

Ekvationer ingår inte i de kunskapskrav som Lgr 11 beskriver är i årkurs tre (skolverket) Strategin att arbeta baklänges har jag inte haft någon kontakt med eftersom problemen inte angav svaret. Eleverna kunde aldrig resonera sig bakåt, men jag tror att eleverna måste ha jobbat med problemlösning under en tid eftersom de måste kunna analysera och reflektera över varje steg i sin lösning.

Eleverna måste kunna se vad konsekvenserna blir beroende på de val de gör i arbetet med problemet. Samtidigt när de arbetar med problemlösning så ville båda lärarna att de skulle reflektera om svaret var rimligt.

Sista steget i problemlösningensmodell var att kontrollera svaret. Polyas (1945) sista steg var att utvärdera svaret. När lärare A gick igenom LURBRAK i klassen så frågade hen hur eleverna skulle kontrollera om svaret var rimligt. Jag tolkar det som att även om lärarna inte tog upp att arbeta baklänges som strategi, att eleverna gör det i vilket fall när de ska reflektera och analysera om svaret är rimligt.

De problem som båda klasserna arbetar med kunde inte visas i diagramform då de handlade om olika problem som innehöll division och multiplikation. Dramatisera problemet användes inte heller då lektionerna inte var utformade så att eleverna kunde dramatisera.

4.3 Metoddiskussion

Syftet med min uppsats var att undersöka om lärare förespråkade vissa strategier mer än andra och hur de jobbade med problemlösning i klassen. För att kunna uppfylla mitt syfte anser jag att det kvalitativa metoder passade bättre än kvantitativa. Reliabiliteten i min studie skulle kunna vara högre om jag hade haft möjlighet att genomföra flera intervjuer och observationer. Under intervjun hade jag valda intervjufrågor som skulle besvara mitt syfte. Observationen gjorde att studien mer tillförlitlig då jag fick möjlighet att observera vad som försiggick under lektionen. Validiteten ökades i samband med observationerna. Jag vilka strategier som användes och hur lärarna la upp sin undervisning. Jag valde att genomföra mina undersökningar på skolor där jag inte kände eleverna eller lärarna eftersom jag ansåg att det då skulle vara lättare för mig att ha en objektiv syn när jag genomförde mina undersökningar. Däremot så kan jag inte dra en generell slutsats om vilka strategier som används vid problemlösning eftersom jag hade så få informanter. Jag kan inte heller säga generellt hur lärare lägger upp sin undervisning i problemlösning. För att kunna dra någon form av generell slutsats så skulle det krävas flera informanter och flera observationer.

För att höja kvaliteten på min studie så skulle flera observationer med lärarna krävas.

Det skulle vara intressant att se hur arbetet med LURBRAK utvecklade deras förmåga att lösa problem. Skulle eleverna alltid utifrån den modellen eller skulle eleverna bara ta vissa delar ur modellen? Vilka problem skulle lärarna ta upp och på vilket sätt skulle de ha påverkat undervisningen och valet av strategierna? Hur skulle deras utveckling se ut om de fick jobba mer självständigt och inte samarbeta med varandra.

4.4 Förslag på fortsatt forskning

Eftersom båda lärarna ansåg att eleverna behöver få sin undervisning konkretiserad och att undervisningen ska utgå ifrån elevernas erfarenheter och vardag så skulle ett forskningsområde var hur dessa faktorer påverkar elevers lärande

Referenser

- Ahlberg, A. (1995). *Barn och matematik*. Lund: Studentlitteratur.
- Ahlström, R. (1996). *Matematik - ett kommunikationsämne*. Göteborg: Nationellt centrum för matematik, Göteborgs universitet.
- Backman, J (2008) *Rapporter och uppsatser, 2:a upplagan*, Studentlitteratur.
- Brunn, F. (2013). Elementary Teachers' Perspectives of Mathematics Problem Solving Strategies. *Mathematics Educator*, 23(1), 45-59.
- Csikos, C., Szitanyi, J., & Kelemen, R. (2012). The Effects of Using Drawings in Developing Young Children's Mathematical Word Problem Solving: A Design Experiment with Third-Grade Hungarian Students. *Educational Studies in Mathematics*, 81(1), 47-65.
- Hagland, K., Hedrén, R., & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem inspiration till variation*. Stockholm: Liber
- Swanson, H. L., Lussier, C., & Orosco, M. (2014). Effects of Cognitive Strategy Interventions and Cognitive Moderators on Word Problem Solving in Children at Risk for Problem Solving Difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice*, 28(4), 170-183.
- Johansson, B. & Svedner, P. O. (2010). *Examensarbetet i lärarutbildningen*. (5. uppl.) Uppsala: Kunskapsföretaget.
- Karlsson, N & Kilborn, W. (2015) *Konkretisering och undervisning i matematik*.(1. Uppl) Lund: Studentlitteratur
- Karlsson, N & Kilborn, W (2015) *Problemlösning och matematisk modellering*.(1. Uppl) Falkenberg: Gleegrups.
- Kronqvist, K.Å & Malmer, G. (1993) *Räkna med barn*. (1.2. Uppl) Solna: Ekelunds förlag AB
- Kvale, S (1997) *Den kvalitativa forskningsintervjun*, Studentlitteratur.
- Kylén, J.A (2004) *Att få svar, intervju, enkät, observation*. Stockholm: Bonnier utbildning AB
- Legare, Cristine H.; Mills, Candice M.; Souza, Andre L.; Plummer, Leigh E.; Yasskin, Rebecca.(2012) The use of questions as problem-solving strategies during early childhood. *Journal of Experimental Child Psychology*, 114 (1), 63-76
- Lester, F. (1996). Problemlösningens natur. I R. Ahlström m.fl. (Ed.), *Matematik -ett kommunikationsämne*, Göteborg: Förlag: Nationellt centrum för matematik, NCM Göteborgs universitet
- Lundgren, U.P., Säljö, R. & Liberg, C. (red.) (2012). *Lärande, skola, bildning: Grundbok för lärare*. Stockholm: Natur & kultur.

Lgr 11, Skolverket (https://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2Fblob%2Fpdf2575.pdf%3Fk%3D2575)

Morin, Lisa L.; Watson, Silvana M. R.; Hester, Peggy; Raver, Sharon (2017) The Use of a Bar Model Drawing to Teach Word Problem Solving to Students with Mathematics Difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 40 (2), 91-104

Pape, J Stephen & Wang, Chuang (2003) Middle school children's strategic behavior: Classification and relation to academic achievement and mathematical problemsolving. *Instructional Science* 31: 419–449, 2003.

Polya. G (1945) *How to solve it*, USA: Princeton University Press

Rahman, Abdul & Ahmar Ansari Saleh (2016) Exploration of Mathematics Problem Solving Process Based on the Thinking Level of Students in Junior High School. *International Journal of Environmental and Science Education*, 11 (14), 7278-7285

Riesbeck, E (2000) *Interaktion och problemlösning: att kommunicera om och med matematik*. (Doctoral thesis, Linköping Studies in Education Science, Tillgänglig: <http://liu.diva-portal.org/smash/get/diva2:763386/FULLTEXT01.pdf>)

Hämtad den 6 Januari 2018

Sandahl, A (2014) *Matematikdidaktik, för de tidiga skolåldern*. (1.Uppl) Lund: Studentlitteratur AB

Schoenfeld, Alan H. (2013) *Reflections on Problem Solving Theory and Practice, The Mathematics Enthusiast*: Vol. 10: No. 1, Article 3.

Tillgänglig <https://scholarworks.umt.edu/tme/vol10/iss1/3>

Hämtat den 13 Februari 2018

Schoenfeld, Alan (1985) *Mathematical problem solving*, academic press inc. Florida

Tillgänglig

http://math-dept.talif.sch.ir/pdf/manaba/%5BAlan_Schoenfeld%5D_Mathematical_Problem_Solving.pdf

Hämtat den 14 maj 2018

Taflin, E. (2007) *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande*. Umeå Universitet.

Tillgänglig <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:140830/FULLTEXT01.pdf>

Hämtad den 6 mars 2018

Bilagor

Bilaga 1

Hej har heter Madeleine Broqvist och går sista året på grundlärarprogrammet i högskolan i Gävle. Jag skriver mitt examensarbete inom matematik och problemlösning. Jag skulle vilja komma och att få intervjua dig samt att genomföra en observation då du arbetar med problemlösning i din klass. Då eleverna i din klass är under 15 så är det nödvändigt att jag har bådas vårdnadshavarna godkännande för att eleven kan ingå i min studie. Alla som medverkar kan närsomhelst avbryta sin medverkan. Denna studie kommer enbart att användas i forskningssyfte.

Bilaga 2

Hej!

Jag heter Madeleine Broqvist och går på högskolan i Gävle. Jag går sista terminen på grundlärarprogrammet med inriktning f-3. Jag håller på att skriva mitt examensarbete inom matematik med inriktning problemlösning. Mitt syfte med uppsatsen är att undersöka hur vilka metoder lärare har när de jobbar med sina elever vid problemlösning. Förespråkar lärare vissa strategier när de jobbar med problemlösning.

Undersökningen kommer att gå till så att jag intervjuar ert barns lärare, för att sedan göra en observation i klassen när de jobbar med problemlösning. Vid observationen kommer jag använda ljudinspelning och notera på papper.

Eftersom detta är en forskning så är jag skyldig att utgå från fyra forskningsetiska principer som vetenskapsrådet har skrivit.

1. Informationskravet, jag skall informera alla deltagare om mitt syfte med min undersökning.
2. Samtyckeskravet, den som deltar i min undersökning bestämmer själv över sin medverkan och kan när som helst avbryta. Eftersom ert barn är under 15 år så måste jag ha godkännande från de personer som står som vårdnadshavarna.
3. Konfidentialitetskravet, den som deltar blir anonym i undersökning, alla uppgifter förvarar jag så ingen utomstående kan ta del av dem
4. Nyttjandekravet, uppgifterna som jag samlar in får enbart användas till forskningsändamål.

Jag bifogar länken om du skulle vilja läsa mer om de olika principerna

https://www.gu.se/digitalAssets/1268/1268494_forskningsetiska_principer_2002.pdf

Om ni skulle undra över något så har läraren mina kontaktuppgifter.

Med vänlig hälsning

Madeleine Broqvist