

Beteckning: \_\_\_\_\_



**Institutionen för matematik, natur- och datavetenskap**

**Variationsteori i praktik**  
Beskrivning av övningsundervisning i förskoleklassen.

*Sandra Azena*  
*Ht-2009*

15 hp C-nivå

**Läroprogrammet 210 hp**  
**Examinator: Iris Attorps Handledare: Mirko Radic**



## **Sammanfattning:**

Examensarbete beskriver hur jag inom fenomenografins ramar provar Learning Study som kompetensutvecklingsverktyg. Det är ett undervisningsförsök i förskoleklassens matematikundervisning. Med variationsteori som grund jag försöker ta reda på kritiska aspekter för att göra lärande möjligt.

Genom att förintervjua barnen, utföra planerade lektioner med det avsedda lärandeobjektet och återintervjua om det erfarna lärandeobjektet, är min avsikt att komma till värdering om det iscensatta lärandeobjektet under videofilmad lektion.

Resultat visar att Learning study är ett utmärkt instrument för lärares egen lärande och gör det möjligt att finna och målmedvetet fullgöra kritiska villkor för lärande.

**Nyckelord:** Fenomenografi, förskoleklass, Learning Study, matematikundervisning, Montessori, variationsteori.



## Innehåll

1 INLEDNING .....	1
Min egen bakgrund.....	1
Styrdokument .....	1
1.2 Litteraturgenomgång .....	2
1.2.1 Konstruktivismen .....	2
1.2.2 Fenomenografi .....	4
1.2.3 Variationsteori .....	5
1.2.4 Grundläggande begrepp inom variationsteori .....	6
Lärandets objekt .....	6
Lärandets akt .....	7
Kritiska aspekter - variation, urskiljning och samtidighet .....	8
The space of learning – lärande rummet/utfallsrummet.....	9
Språkets betydelse .....	9
1.2.5 Fenomenografisk forskning.....	10
Lärandets objekt som metakognitiva samtal .....	10
Lärandets komplexitet .....	10
Matematiserat språk .....	11
Varierande undervisningsobjekt.....	11
Variationsteori-relaterad forskning inom matematik på förskolan. ....	11
1.3 Syftet och frågeställningar.....	13
2 METOD.....	14
Learning study.....	14
Begränsningar.....	15
2.1 Urval.....	16
2.2 Datainsamlingsmetoder .....	17
Intervjuer .....	17
Videofilmning .....	18
2.3 Procedur .....	18
Min Learning Study .....	18
2.4 Analysmetoder .....	19
3 RESULTAT .....	21
3.1 Förintervju 1 .....	21
3.2 Lektioner med det avsedda lärandeobjektet .....	22
Nollans lek.....	22
Leta efter siffror 5 .....	23
Sjunga om fem .....	23
Gruppera 5.....	23
Klippa ut, känna, vika, färglägga en cirkel .....	24
Jämföra cirklar.....	24
3.3 Uppföljningsintervju 2 .....	25
3.4 Lektioner med det nya avsedda lärandeobjektet. ....	26
Banken.....	26
Påläggbara cirklar.....	28
Montessori pärlor .....	28
3.5 Uppföljningsintervju 3 .....	29
3.6 Sista lektionen och resumé av andra pedagogiska aktiviteter. ....	30
Siffran noll byter värde/plats.....	30

Andra aktiviteter.....	32
3.7 Avslutningsintervju 4 .....	33
3.8 Sammanfattning av resultat .....	34
4 DISKUSSION .....	35
4.1 Sammanfattning .....	35
4.2 Tillförlitlighet .....	37
4.3 Teoretisk tolkning .....	37
REFERENSER.....	38
BILAGOR .....	41
Bilaga 1- brev till föräldrar.....	41
Bilaga 2 – intervju 1 och 2 exempel.....	42
Bilaga 3 – Nollans lek .....	44
Bilaga 4 – leta efter symbol 5.....	48
Bilaga 5 – ramsor, sånger .....	49
Bilaga 6 – gruppera 5, bilder och protokoll från video .....	50
Bilaga 7 - cirkel .....	52
Bilaga 8 – intervju 2 och 2 exempel.....	54
Bilaga 9 – intervju 3 .....	56
Bilaga 10 - hjulkull.....	58
Bilaga 11 – intervju 4 .....	59



## 1 INLEDNING

Variationsteori är relativt nytt fenomen inom forskningsområde och jag ser tydliga likheterna med Montessori metodik. Skillnad mellan varierad undervisning och laborativt arbetssätt, samt hur lärandets objekt görs tydligt är frågor som jag har försökt att reflektera över. Att prova använda Montessori materialet i ny undervisningsmiljön och samtidigt planera noga vad jag vill uppnå med det, har främjat mitt eget lärande som blivande förskolepedagog.

### Min egen bakgrund

Mitt liv som lärarstudent närmar sig till slutet. Detta examensarbete är det sista steget som legitimerar både för mig själv och samhället att jag kommer att bli en behörig lärare. Min bakgrund börjar i Lettland där jag är född och uppvuxen. Matematik var mitt favoritämne i skolan och valdes också som mitt framtida yrke. Med specialitet inom tillämpad matematik började jag mitt arbetsliv. Olika omständigheter gjorde att under de senaste år återtog jag mitt lärande i Sverige. Tillägnande av svenska språket och genomförd utbildning i AMI (Association Montessori Internationale) Montessori pedagogik på Uppsalas Universitet öppnade nya möjligheter för mig att närma sig matematiken från annat perspektiv.

Som lärarstudent och arbetande Montessoripedagog är jag intresserad av hur lärande går till. Min akademiska utbildning som matematiker speglar fokusering på just den matematiska kunskapen. I den förberedda Montessorimiljön är matematik ett separat ämnesområde och undervisning följer ett stegsystem. Jag känner igen mycket av Frøbels och Piagets tankar i Montessori metodiken eftersom deras teorier påverkades av varandra under tidigt 1900-talet. Under mina lärarstudier har andra utvecklings- och inlärningsteorier berikat min kunskapsbas. Dewey och delvis Vygotskij med pragmatisk syn på lärande har känts helt acceptabla i min bild hur kunskap konstrueras. Det senaste forskning inom "learning studies" och variationsteori har ytterligare nyanserat min bild av lärande.

För mig är det viktigt vilket kunskapssyn den aktuella forskaren eller läraren har, eftersom de metodologiska aspekterna är direkt kopplade till det. Lärarens handling styrs av den kunskap som denne har. Jag vill undersöka i en övningsundervisningssituation mitt eget sätt att undervisa.

### Styrdokument

I läroplan för förskolan, Lpfö 98 (Utbildningsdep., 1998) framhålls att förskolans uppdrag är:

Att lägga grunden för ett livslångt lärande. Verksamheten skall vara rolig, trygg och lärorik för alla barn som deltar...

Den pedagogiska verksamheten skall anpassas till alla barnen i förskolan...

Barnens nyfikenhet, företagsamhet och intressen skall uppmuntras och deras vilja och lust att lära skall stimuleras...

Förskolan skall inspirera barnen att utforska omvärlden...

Kunskap kommer i uttryck i olika former såsom fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet...

Verksamheten skall utgå från barnens erfarenhetsvärld, intressen, motivation och drivkraft att söka kunskaper. Barn söker och erövrar kunskap genom lek, socialt samspel, utforskande och skapande, men också genom att iaktta, samtala och reflektera...



Lärandet skall baseras såväl på samspelet mellan vuxna och barn som på att barnen lära av varandra...

Barnen ska få stimulans och vägledning av vuxna för att genom egen aktivitet öka sin kompetens och utveckla nya kunskaper och insikter (Ibid., s. 4-6).

Vidare under utveckling och lärande står om förskolans verksamhet:

”... Den skall utgå ifrån barnens erfarenheter, intressen behov och åsikter. Flödet av barnens tankar och idéer skall tas till vara för att skapa mångfald i lärandet” (Ibid., s. 8-9).

Förskolan skall sträva efter att varje barn:

Utvecklar sin nyfikenhet och sin lust samt förmåga att leka och lära.

Utvecklar sin förmåga att upptäcka och använda matematik i meningsfulla sammanhang.

Utvecklar sin förståelse för grundläggande egenskaper i begreppen tal, mätning och form samt sin förmåga att orientera sig i tid och rum.(Ibid., s 9)

Med läroplanen har vikten av lärande för barnets kunskapsutveckling betonats. Vad är då lärande i Lpfö98? Benämning *att erövra omvärlden* enligt Thulin står för ett samlat ”innehåll vad barnet skall förstå, alla de frågor som skall besvaras” (2006, s 28).

Enligt Thulin (2006) är läsning och skrivning, samt matematik, natur och demokratifrågor och lärande de innehållsaspekter som fokuseras i Lpfö98. Lärandets objekt är barns lärande och kunskap. Begrepp barnets erfarenhetsvärld, intresse, nyfikenhet och motivation baseras i en sociokulturell kunskapssyn där sociala samspelet mellan individ och gruppen är nödvändigt.

Nytt med Lpfö98 är kunskapens innehåll som ska främjas vid barns lärande. Att skaffa nya förmågor räcker inte, att delta i meningsfulla aktiviteter utifrån barnets synpunkt och samtidigt uppleva att man lär sig är det långsiktiga målet.

## 1.2 Litteraturgenomgång

Teori om kunskap och vetande påverkar direkt hur utbildning och inläring genomförs. Som en blivande och samtidigt praktiserande lärare har jag ett kulturellt bagage hur min kunskapssyn har byggts upp och vad jag hittar stöd till min åsikt hur kunskap bildas i lärande process. I den kommande avsnitt skall jag försöka återge en kort presentation av den teoretiska basis som ligger i grund till min nuvarande kunskapssyn och examensarbetets inriktning.

### 1.2.1 Konstruktivismen

Rationalism och empirism är de traditionella huvuduppfattningarna. Rationalismen ser sann kunskap genom logiskt tänkande. Det betyder att kunskap är medfödd och finns i människans medvetande och kan lockas fram genom undersökning av det egna tänkandet. Pedagogik utifrån en rationalistisk epistemologi sätter den filosofiska diskursen, tänkandet och det utredande samtalet i centrum (Stensmo, 2007).

Empirism däremot ser kunskap som produkt av erfarenhet. Kunskapen förvärvas genom observation av den yttre verkligheten. Människa genom sina sinnen och idé återspeglar kunskap från sitt eget medvetande. Kunskapen provas mot erfarenhet. Pedagogik utifrån

empirisk uppfattning sätter systematisk observation och inre reflektion över egna konkreta erfarenheterna i centrum (Stensmo, 2007).

Den tredje moderna kunskapsuppfattningen är konstruktivism som försöker förena vissa drag av rationalism och empirism. Jean Piaget (1896-1980) utvecklade den genetiska epistemologi där småbarns tänkande och kunskaper speglar hela människans utveckling. Barnet är nyfiken och aktivt konstruerar sin kunskap. Piagets begrepp adaptation står för en kompensatorisk process gentemot de förändrade förhållandena som människa ständigt möter i relation mot omvärlden. Adaptation består av två delar – assimilation – information tas emot i befintliga tankemönster och ackommodation – tankemönster förändras för att passa den nya informationen (Stensmo, 2007).

Björklund (2007) förklarar Piagets teori som jämvikt mellan två poler – assimilation och ackommodation, där assimilationen omfattar tre aspekter: ”*repetition*, där barnet upprepar en aktivitet som väcker intresse och lägger grunden till ett schema, *igenkännande* där barnet upprepar samma handlingsmönster men med andra liknande objekt och *generalisering*, där barnet prövar samma handlingar också i helt nya situationer” (2007, s 16).

Vidare Björklund (2007) klargör lärandeprocessen enligt Piaget:

På så sätt upptäcker barnet likheter och skillnader hos fenomen i omvärlden och upptäcker nya kombinationer av rörelsemönster och objekt. När det upplevda skiljer sig från det redan kända, anpassas (ackommoderas) i sin tur den förståelse som barnet redan har till den nya situationen. Växelverkan och strävan efter jämvikt mellan assimilation och ackommodation är den process som gör att barnet lär. Utan assimilation kan barnet inte förstå nya situationer eftersom det då inte har några erfarenheter eller föreställningar att utgå från, medan enbart assimilationen, utan ackommodationen, skulle förvränga upplevelserna till att alltid likna redan kända scheman. Utvecklingen bygger på att barnet inte uppfattar objekten som sådana utan som kopplade till handlingar, som en oreflekterad och förbegreppslig form av abstraktion (Ibid., s 16).

För Piaget är utveckling primär och lärande sekundär. Vikström (2005) i sin avhandling framhåller att det förenklade synen på Piaget som bara individuellt konstruktivistisk företrädare stämmer inte. Piaget aldrig förnekade den sociala världens roll i konstruktionen av kunskap.

Som den sociala konstruktivismens grundare anses vara Lev Vygotskij (1896-1934) att sätta de sociala relationerna som centrala i lärandet. Utvecklingen från elementära mentala processer går till mer komplexa mentala processer och är kulturbundna genom språket. Vygotskij skiljer på vardagsbegrepp, vetenskapliga begrepp och medvetna begrepp. Vardagsbegrepp är spontana begrepp under erfarenhets process och riktas mot ett objekt. Vetenskapliga begrepp riktar på relationen mellan olika fenomen och förvärvas genom teoretisk utbildning. Medvetna begrepp uppstår som syntes i egna tänkandet och betyder ett kvalitativt mognande. En pedagogik som utgår från Vygotskijs lära innebär att barnets mentala utveckling börjar i symbol- och roller med aktivt vuxen vägledning. Undervisningen syftar till att elevernas vardagsbegrepp omvandlas till vetenskapliga begrepp som är mer generella och kan tillämpas i framtida situationer. Lärandet äger rum i den proximala (närmaste) utvecklingszonen där elevens medvetande interagerar med omvärlden (Stensmo, 2007).

Strandbergs (2006) tolkning av Vygotskijs teori lyfter fram barnens aktivitet och delaktighet i leken och som föregår vetande. Att vara med och agera huvudet högre är grundläggande för

lärande. Delaktighet på skolan betyder inflytande och meningsfullhet för barnen och blir en central uppgift. På så sätt en viktig grund till demokrati i praktiken grundläggs.

Säljö (2000) har vidareutvecklat begrepp mediering och redskap inom den sociokulturella perspektiv. I kommunikation mellan människor är det talade och skrivna ordet centrala redskap. Där ingår också matematiska tecken och symboler. Dessa symboliska redskap kompletteras med fysiska redskap som till exempel allt laborativt material och internalisering sker. Säljö förtydligar:

I ett sociokulturellt perspektiv fungerar psykologiska och fysiska redskap som strukturerade resurser som gör det möjligt för deltagare i sociala praktiker att tolka och agera kompetent i nya situationer. Det som sker när vi lär är att vi skaffar oss förmågan att handla med nya intellektuella och fysiska redskap som alltmer kompetenta aktörer inom en ny verksamhet. Resultatet av interaktion är att vi förändras som individer i termer av vår intellektuella och kommunikativa repertoar och i behärsningen av fysiska redskap. Vi ökar vår förmåga att förstå hur sociala aktiviteter är strukturerade och vad de innebär; det är inget i det `yttre` som kommer in i det `inre` (Säljö, 2000, s 152).

Säljö (2000) betonar att genom kommunikationen skapas nya sociokulturella resurser och också förs vidare. För lärare betyder detta att bli medveten om den kultur som man befinner sig i och de viktiga redskap som redan finns i detta miljö eller utvecklas i kollektiva kommunikativa aktiviteter.

## 1.2.2 Fenomenografi

Fenomenografi skapades vid pedagogiska institutionen vid Göteborgs universitet på 1970-talet av Ference Marton. INOM-gruppen forskade hur människor tänker om studier och deras sätt att utföra det. Att reda på hur andra människor tänker eller uppfattar något kallas för andra ordningens perspektiv. Därför djupintervjuer genomförs för att ta reda på vilka uppfattningar människor har (Claesson, 2007).

Marton & Booth (2000) beskriver fenomenografien som en forskningsspecialisering om lärande och förståelse i pedagogisk miljö: ”Den fenomenografiska forskningens grundläggande är ett sätt att erfara någonting, ..... och forskningens objekt är *variationen* i sätt att erfara fenomen” (Ibid., s.146).

Lärande är att se på, förstå, uppfatta och erfara något på ett eller annat sätt. Det är människans erfarenheter och uppfattningar av vad som erfars som är det centrala i fenomenografien. Ett perspektivbyte från hur lärande sker flyttades till vad lärande innebär och lärandets innehåll och struktur lyftes fram (Marton & Booth, 2000).

I boken *Om lärande* använder författarna ordets fenomenografi härledning av Kroksmark (1987) – det sammansatta ordet har delarna *fenomen* från grekiska substantivet *phainomenon* som betyder *det sig-visande, det tydliga* och ur *phaino* som betyder *det vari något kan bli uppenbart och i sig själv synligt*. *Grafia* kan översättas som *beskriva i ord eller bild, ett stycke verklighet eller en uppfattning av denna*. På så sätt fenomenografien beskriver det som visar sig för vårt medvetande och blir centralt snarare som tinget i sig (Ibid.).

Marton & Booth (2000) förklarar hur omvärlden erfars på kvalitativt skilda sätt av olika människor fast de befinner sig i samma situation. Det finns olika individuella kunskaper om samma fenomen eftersom de upplevs, erfars på olika sätt. Deras fokusering på samma

fenomen skiljer sig åt utifrån deras olika erfarenheter. Det fenomenografiska synsättet överbygger klyftan mellan yttre och inre värld genom att uppfatta den icke-dualistisk. Erfarande och tänkande behöver inte skiljas åt. Kunskap är inte avbildning av objektiv omvärld utan just individuell förståelse om världen. Lärande går ut på att förfina sättet att tillägna sig kunskap eller olika förståelser om olika fenomen på mer sofistikerad, effektiv och integrerad sätt (Marton & Booth, 2000).

Björklund (2007) i sin avhandling interpreterar Martons (1992) åsikt om att människan erfar och förstår en situations alla ingående delar som en helhet. Det icke-dualistiska synsättet definierar människans totala och simultana erfaraende som dess medvetande. Därför blir människa medveten om många saker samtidigt, fast det är några intryck som är i förgrunden och andra i bakgrunden. I jämförelse med ursprungliga konstruktivismens idé om inre föreställningar som primär och handling som sekundär är Martons icke-dualistiska syn överbyggande. De tidigare erfarenheterna är ständigt närvarande i medvetande och fyller i det som fattas i stunden när en ny situation erfars. Det gäller också inre föreställningar och förväntningar. Vårt medvetande är oändligt i tid och rum (Björklund, 2007).

Claesson (2007) betonar vikten av att känna till på vilka olika sätt ett fenomen kan uppfattas. Då kanske lärande kan definieras ”att bli varse mångfalden av uppfattningar om ett innehåll och att i en given situation kunna välja den uppfattning som är rätt just då och just där” (Ibid., s.39).

Fenomenografins växande inflytande inom skolforskning är Ingrid Pramling Samuelsson en framträdande figur. Hennes forskning för att överföra de fenomenografiska teorierna till en praktisk undervisning för förskolan har resulterat i en metodisk kursplan:

1. pedagog ska ha kunskap om hur barn tänker
2. utveckla metodiskt kunnande
3. barn lär av varandra
4. att få barn tänka och reflektera
5. pedagog exponerar mångfalden av olik tänkande till undervisningsinnehåll
6. barns förståelse utvecklas i direkta aktiviteter (Claesson, 2007).

För de yngre barnen kallas för den fenomenografiska ansatsen för utvecklingspedagogik och bidrar till att göra lärande i förskolan möjligt (Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003).

### 1.2.3 Variationsteori

#### Ursprung

Från Göteborgs universitets hemsida under institutionen för pedagogik och didaktik framgår det att fenomenografien har utvecklats till variationsteori. Fokus är på frågorna hur man kan förbättra möjligheterna att lära. Det finns vissa nödvändiga villkor för att lärande ska äga rum. Vilka dessa frågor är och hur de kan skapas är fokus på forskningen.

- Vad behövs för att någon skall lära sig?
- Vad är nödvändigt för att den lärande skall utveckla vissa förmågor, ett visst kunnande eller förstå något på ett visst sätt?

Att se lärande som förmåga att kunna urskilja olika aspekter av det som lärs är variationsteori utgångspunkt.

”Vilken uppfattning som man bildar sig om något eller hur något förstås, beror på vilka aspekter av detta som man lägger märke till och tar fasta på. Vår

forskning har visat att när människor ser, förstår eller uppfattar samma sak på olika sätt, beror det alltså på att de urskiljer olika aspekter av detta. För att förstå något på ett speciellt sätt krävs att man på en och samma gång kan beakta vissa aspekter av det som lärs. Förutsättningen för att man skall kunna urskilja dessa aspekter är att man har upplevt en variation av aspekten i fråga. Variation är alltså en nödvändig betingelse för att den lärande skall kunna uppmärksamma en viss aspekt av det som lärs ”

(<http://www.ipd.gu.se/forskning/forskningsmiljoer/fenomenografi/problemomrade/>).

### Utveckling

Runesson (1999) avser att en ny fas för fenomenografin sker vid utveckling av dess teoretiska sida. Forskning riktar sig på hur variationen i sättet att uppfatta tillämpas i undervisningssituationer.

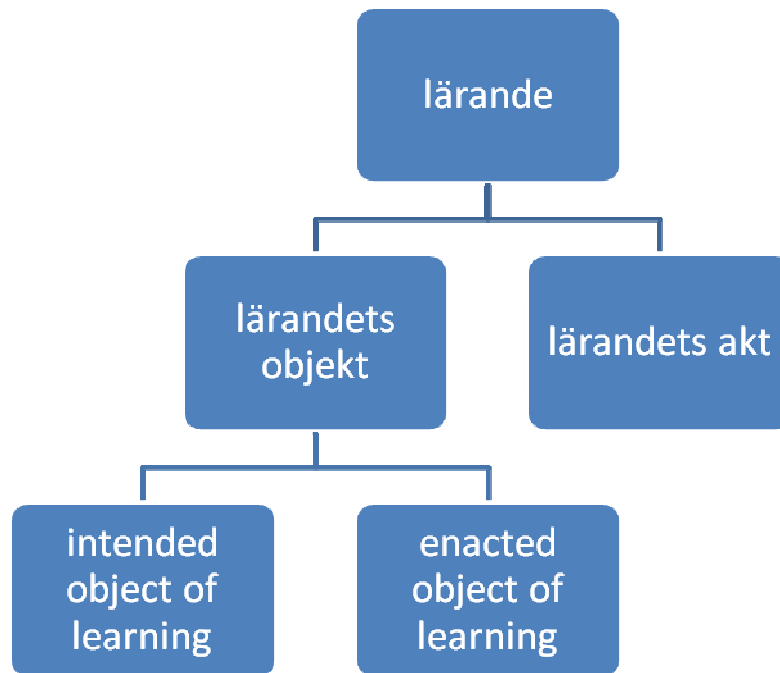
Vikström (2005) i sin avhandling också tillämpar variationsteori med syftet att inte bara undersöka variationen att erfara något utan också urskilja de kritiska aspekterna som kännetecknar varje erfalandet. Relationen mellan lärande och kunskap enligt icke-dualistisk synsätt innebär att när man får kunskap om världen då får man också förmågan att erfara världen på nytt sätt. Samtidigt förändras den interna relationen mellan människa och fenomenet. Erfarande har en strukturell aspekt med urskiljning av delar, helhet och sammanhang och också en referentiell aspekt – meningsaspekt. Både den strukturella och referentiella aspekten är sammanflätade och inträffar samtidigt när man erfar något (Vikström, 2005).

#### 1.2.4 Grundläggande begrepp inom variationsteori

I variationsteori används begrepp ”erfara”, ”se på” och ”förstå” som synonymer just från den icke-dualistiska synsätten.

#### Lärandets objekt

*The object of learning* – lärandeobjekt är grundbegrepp inom variationsteorin. Lärandeobjekt består av det indirekta lärandeobjektet med hur-aspekten och det betyder hur människa lär sig genom att minnas, urskilja, tolka och förstå. Den andra delen i lärandeobjektet är det direkta lärandeobjektet med vad-aspekten och riktar mot innehållet. Lärares undervisning syftar till lärande av *the intenden object of learning* – den avsedda lärandeobjekt. I den praktiska undervisningen erfar barnet *the enacted object of learning* – det iscensatta lärandeobjektet. Slutligen det som verkligen erfars av barnet bildar *the lived object of learning* – det erfarna lärandeobjektet (Vikström, 2005, Marton & Booth, 2000).



Figur 1. Lärandets aspekter.

Pramling Samuelsson och Asplund Carlsson (2003) definierar inom utvecklingspedagogiken lärandets objekt och lärandets akt:

”Med lärandets objekt menar vi den *förmåga eller det kunnande som barnet skall utveckla*, vilket betyder att man kan arbeta med flera olika innehåll för att ge barn förutsättningar för att de exempelvis skall förstå något på ett specifikt sätt. Lärandets akt är på motsvarande sätt en fråga om hur barn *gör eller går till väga* för att lära sig” (Ibid., s 20).

Att lärarens uppmärksamhet vid undervisningssituationen är ofta riktad mot det direkta objektet medan lärandets fokus ska ligga både på lärandets objekt och lärandets akt framkommer i många forskningsmaterial.

Just innehållet är inte så självklart i det praktiska arbetet på förskolorna (Björklund, 2007, och Thulin, 2006). Diskussion runt begreppet lärande på förskolan ofta handlar om utveckling och fokusering på hur – lärandets akt. Också enligt Pramling Samuelsson och Asplund Carlsson (2003) har lärandets objekt – vad – varit i skymundan:

”Lärandets objekt har aldrig varit särskilt starkt i förskolan, med undantag av Fröbelpedagogiken, där matematiken lyfts fram och i Montessoripedagogiken där begynnande läs- och skrivning är central. Lärandets akt är däremot starkt utvecklad genom hela historien” (Ibid., s 39).

## Lärandets akt

Begreppet lärandets akt beskrivs av Marton & Booth (2000), samt Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson (2003) och handlar om hur barn går till väga för att lära sig något.

Thulin (2006) har funnit beskrivnings kategorier som kan härledas till lärandets akt:

- Att rikta uppmärksamheten är en akt som har som syfte att vända uppmärksamheten åt något håll.
- Att problematisera är en akt som har för avsikt att utveckla ett resonemang.
- Att svara på frågor är en akt som styrs av andra. Någon svarar på problematisering.

- Att uppmana till handling eller skapa utrymme för handling kan ges olika innebörder. (Ibid., s 53-54)

### Kritiska aspekter - variation, urskiljning och samtidighet

Inom variationsteori är det omöjligt att skilja på förståelsen av situationen från förståelsen av fenomenet. För lärandesituationen blir därför mycket viktigt vilka aspekter som upptäcks och fokuseras. Man förstår en situation beroende hur den uppfattas (Thulin, 2006).

Variations aspekt beskrivs som lärandets källa av Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson (2003) eftersom den ger möjlighet att erfaras och urskilja mångfald och på så sätt ge möjligheter erfaras nya situationer.

För att människa ska lära sig ett fenomenets innebörd måste det erfaras för en innebörd just för den individen. Det aktuella fenomenet kan prövas i olika sammanhang och upplevas som konstant även om situationer varierar. Samtidigt måste människa förstå att innebörden i fenomenet kan variera och kunna urskilja vad det är som gör att fenomenet med sin variation skiljer detta från andra fenomen (Thulin, 2006).

I varje möte med nytt fenomen finns i bakgrunden redan det erfarna och ett möte sker där likheter och skillnader kan upplevas. Här är medvetandets riktning den som håller ihop variation, urskiljning och samtidighet. Uppmärksamhets riktning har en avgörande roll vad som uppfattas av barnet. Det betyder att lärare med sin riktade uppmärksamhet hjälper barnen att rikta sin uppmärksamhet och möjliggör urskiljning (Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003).

Björklund (2007) anvisar till Marton, Wen och Wong (2005) för att betona variation som grund för lärande:

”När en individ erfar ett fenomen på varierande sätt framträder de konstanta kritiska aspekterna, vilket gör att den lärande individen urskiljer samband och kommer således bättre ihåg det som lärts. Variation i lärandet omfattar å ena sidan att urskilja hur samma fenomen gestaltar sig i olika sammanhang, det vill säga innebörden hålls konstant, å andra sidan innebär variationen att uppfatta vad ett fenomen *inte* är, det vill säga vad som är specifikt hos ett fenomen. Likheter och skillnader bör därmed ses som förutsättningar för lärande” (Ibid., s 19).

Runesson (2006) beskriver fallstudie med Ellen där lärande betyder att bli samtidigt medveten om fler kritiska aspekter av ett fenomen. Ellen urskiljer genom variationen hur fenomenet gestaltas på nytt. Runessons slutsats blir att variation och samtidighet är kritiska villkor för lärande:

“Different ways of experiencing or seeing amount to differences in what aspects of the object of learning are discerned and come to the forefront of attention simultaneously. An aspect is discerned as a dimension of variation. Thus variation is a decisive condition for learning. However, not just any variation is significant. Developing a certain capability takes certain necessary conditions in terms of critical aspects present. Thus it is variation in these critical aspects that is a necessary condition for learning. In a learning situation, a space of dimensions of variation is opened. The pattern of the opened variation is a potential for learning; it is a space of learning” (Ibid, s 406).

Vikström (2005) beskriver lärandeobjektet som en förmåga att se något på ett särskilt sätt och att det kan definieras utifrån sina kritiska aspekter. Hennes förtydligande av det avsedda lärandeobjektets kritiska aspekter – ”de aspekter som samtidigt måste urskiljas för att se på något på ett särskilt sätt och på ett sätt som läraren avsett” (Ibid., s 48).

## The space of learning – länderummet/utfallsrummet

Marton & Booth (2000) beskriver den helheten av skilda sätt av erfara av ett visst fenomen som utfallsrummet.

Enligt Vikström (2005) refererar länderummet till variationsmönster inom en viss situation. Med hänvisning till Marton, Runesson & Tsui (2004) Vikström inringar länderummet som helhet av olika dimensioner av variationen. Bakgrundens antaganden jämförs med tidigare erfarenheter i nödvändig variation. Länderummet utgör begränsningen för vad som är möjligt att lära i en viss situation. För att urskilja behövs variation eller möjlighet att erfara kontraster. I undervisningssituationen det betyder att vissa saker varierar men vissa inte, fokus riktas på bestämt innehåll och samtidigt nämns inte andra saker som är menade att vara i bakgrunden. Läraren ska vara vaksam att förstå om barnet delar samma förhållande till lärandeobjektet och att deras uppmärksamhet riktas till relation mellan kritiska aspekterna (Vikström, 2005).

Grundfrågan i fenomenografin och variationsteori är - på vilka olika sätt kan just det här erfaras? Till skillnad från fenomenologi just denna fråga leder till en hel grupp människor och deras kvalitativt skilda sätt erfara ett fenomen. Länderummet blir hierarkiskt enligt Marton & Booth (2000). Ju mer komplex förståelsen är desto högre hierarkisk nivå har den. Den mest komplexa förståelsen innebär att flera aspekter av fenomenet urskiljs samtidigt och innefattar även mindre komplexa sätt att förstå samma fenomen (Vikström, 2005).

Variationsmönstret kan enligt Vikström (2005) som refererar till Marton, Runesson & Tsui (2004) konstitueras på fyra olika sätt – genom kontrast, generalisering, separation och fusion. Exemplet med äpple introduceras med antydning att äpple inte är samma som päron. Förklaring av generalisering – det kan finnas varierande former av samma sak – ett rött och ett grönt äpple. Om begreppet frukt hålls invariant då blir andra sorter av frukter som apelsin, päron och plommon urskiljbara genom separation. Fusion skulle ena begrepp frukt och frö till en mer komplex förståelse (Ibid., s 40).

Länderummet kan minska eller utökas på grund av frågor som lärare ställer till sina elever. Riktad uppmärksamhet kan hjälpa eleverna att urskilja kritiska aspekter och fokusera på flera olika aspekter samtidigt. Däremot slutna frågor kan leda till elevernas gissningsförsök och formella svar (Ibid.).

## Språkets betydelse

Inom fenomenografin och variationsteoretiskt perspektiv språket spelar en central roll. Det är genom språket som barnet lär sig om världen och med språkets hjälp konstitueras också lärandets rum. Relationen mellan språk och erfara är dialektisk. Genom erfarna variationer barnet skiljer distinktioner och de språkliga distinktionerna möjliggör urskiljandet av variation. Därför språket är avgörande hur barnets medvetande struktureras när läraren visar på kritiska aspekter i lärandeobjektet. Det erfarna lärandeobjektet bildas genom distinktioner i språket och att förstå hur detta går till betyder att förstå de skilda erfara-sätten som finns i länderummet (Vikström, 2005).

Inom den konstruktivistiska kunskapssynen är tanke, handling och tal i dialektisk syntes. Som mest framträdande kan nämnas Vygotskijs teori vars tankar om utvecklingszonen har påverkat mitt arbete också.



## 1.2.5 Fenomenografisk forskning

### Lärandets objekt som metakognitiva samtal

Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson (2003) har utvecklat i utvecklingspedagogik de metakognitions färdigheter som att förutsäga, kontrollera, observera i bestämt syfte, verklighetstesta, samordna och lösa problem till erfärande på tre nivåer. Metakognitiva dialoger är inte dialoger i allmänhet utan *läraren har en avsikt att få barn att tänka, reflektera och kommunicera sina tankar*. Barnet ser sitt eget lärande och skapar förutsättningar för reflektion (Ibid., s 114).

Lärandet som objekt i Pramlings projektet "Meta-inläring i förskolan" har resulterat i tre nivåer av generalitet, från den konkreta och situationsbundna till mer abstrakt och generell kunskap.

- Nivå 1 innebär att rikta uppmärksamheten mot lärandets objekt i sig och som framstår i det direkta innehållet. Barns uppfattningar exponeras om det konkreta objektet som är i fokus. Variationen av föreställningar uppmärksammas och görs till föremål för reflektion.
- Nivå 2 handlar om att göra vissa generella strukturer synliga.
- Nivå 3 innebär att man vill utveckla barns sätt att tänka om sitt eget lärande. Här riktas barns uppmärksamhet mot vad, hur och varför man gör som man gör; pratar om något eller gör på ett visst sätt, eller genomför en viss aktivitet (Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003, Thulin, 2006).

Det utvecklingspedagogiska teori som introduceras av Pramling Samuelsson och Asplund Carlsson (2003) beskrivs som förskolans teori om barns lärande. Förskolans rutiner, aktiviteter och förhållningssätt – dvs. hur-frågor har varit viktiga. De hävdar att det allmänna uppfattning att barnen lär sig saknar grund eftersom ingen har forskat vad egentligen barnen lär sig. Det informella lärandet innehåller en funktion från en kompetent lärares sida – *rikta barns uppmärksamhet mot ett innehåll* (Ibid., s 16).

### Lärandets komplexitet

Löwing (2004) skildrar matematikundervisningens svårigheter och finner att det är den komplexa miljön i undervisningssituation. Resultat som har fungerat i den ena miljön kan inte överföras lika lätt till en annan miljö. Med hjälp av Niss (2001) forskning Löwing övertygar att man inte kan uppfatta någon matematik i vår omvärld, om man inte behärskar matematiska modeller med vars hjälp kan denna omvärld tolkas. Matematikens didaktik har dubbel natur. Beskrivande frågeställningar som "Vad är fallet?" eller "Varför är det på det viset?" ska belysas samtidigt med normativa frågor - "Vad bör vara fallet?" och "Varför då?" (Ibid., s 36).

Löwings (2004) slutsats blir att trots den utbredda uppfattningen att matematik är svårt ämne men är lätt att undervisa döljer det verkliga orsaken - att man inte skiljer på innehåll och arbetssätt/arbetsform. De undersökta lärarna på grundskolan inte förmådde tolka läroplanens konstruktivistiska perspektiv med vad-frågor till praktisk undervisning. Varken de duktigaste eller svagaste eleverna fick en undervisning anpassad till sina villkor och sin förmåga (Ibid., s 256). Lärares planering av konkretisering är helt avgörande för dess resultat (Ibid., s 263).

## Matematiserat språk

Riesbeck Eva (2008) undersöker hur utvecklas ett matematiskt språk i samspelet. Med stöd av Vygotskijs (1978) och Säljö (2005) utvecklade begrepp *mediering* som innebär att människan samspekar med hjälp av externa redskap, när hon uppfattar världen omkring sig. De mediterade redskapen kan vara tecken eller symboler (Ibid., s 14).

Matematiska begrepp representerar relationer och det betyder att vi inte har tillgång till matematiska objekt direkt utan måste lita till användandet av ord och uttryck, tecken och symboler, bilder och diagram. Den matematiska kunskapen föreligger alltså inte tillrättalagd, uppenbar och färdig för ”inlärning” utan kräver ett aktivt deltagande i en social process från elevens sida. Det är därför det precisa och specifika samtalet blir viktigt att beskriva och förstå och diskursbegreppet kan förhoppningsvis utgöra ett tankeredskap för detta syfte (Riesbeck, 2008, s12).

De matematiska begrepp är abstrakta objekt och kan förstås som semiotisk register (teckensystem). Riesbeck (2008) förklarar detta så att tecknet innehåller något mer än bara tecknet självt. Tecken, objekt och mening eller begreppsuppfattning måste hänga ihop. Förgivettangande uppstår eftersom många begrepp upplevas ofta i vardagen innan dess betydelse identifieras på korrekt sätt. I geometri t ex är det nödvändigt att använda två register eller representationssystem - verbala uttryck och visuella (Ibid.).

Resultatet av Riesbeck (2008) studie blir en bredd beskrivning om matematisk-didaktisk diskurs. Lärande betyder att eleven bör bli involverad i och efterhand bemästra bestämda sätt att tala om, skriva, förstå och förhålla sig till en företeelse (Ibid., s 60). Därför användning av vardagligt språk leder ingenvart i matematiskt samtal. Det matematiska språket är grunden för analys och generaliseringar.

## Varierande undervisningsobjekt

Runesson (1999) visar i sin variationsstudie hur lärare formar olika undervisningsobjekt (bråk och procentsatsen) med till synes lika matematiska innehåll. Viktighet av fokuserade och icke-fokuserade aspekter blir avgörande vad lärarna erbjuder i länderummet. Hon talar om öppnande av det mångdimensionella variationsrymd och att lyfta fram olika aspekter av innehållet. Just genom olika fokusering möter eleven olika ämnesinnehåll (Ibid., s 309).

Runessons observation av lärarnas praktiska arbete hur de utvidgar variationens rymd genom att öka variationen eller göra tvärtom och erbjuda elever en framlyft variation kommer till slutsats att minimering av variationen försvarar elevernas lärande (Ibid., s 307).

Runesson (2005) beskriver variationsteori som komplement till det konstruktivistiska och socio-kulturella perspektivet. Variationsteori styrkan är att göra lärande möjligt. De väl kända elev- och lärarcentrerade perspektiv får en tredje - objekt-of-learning-centrerad perspektiv med fokus på själva lärande som objekt (Ibid., s 17).

## Variationsteori-relaterad forskning inom matematik på förskolan.

Matematik på förskolan är aktuellt ämne och väldokumenterad utifrån barnperspektiv i många olika forskningsstudier. Den konstruktivistiska kunskapssynen med Fröbels gåvor, Montessori materialet och Regio-Emilias idéer har lämnat tydliga spår i svensk förskolehistoria. Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM) vid Göteborgs Universitet har en samlad skriftserie om de olika undersökningarna. Att hitta just koppling till variationsteori är svårt eftersom begreppet variation delvis kopplas till varierad undervisning som är helt annan sak. Innehållsbegreppet lyfts fram samt koppling till tidigare erfarenheter. Jag väljer några

forskningsarbeten för att tydliggöra en förbindelse till variationsteoris grundtankar hur man gör lärandet möjligt.

Ahlberg (2000) lyfter den reflekterande lärarens roll och saknaden av tydliga mål vid temaarbete. Pedagogiska aktiviteter utförs för görandets skull om man följer bara planering och missar det intressefältet var barnen befinner sig just nu. Barnens självförtroende till det egna tänkandet betonas i läroplanen och vägen ditt är genom barnens delaktighet. Lärarens verkliga intresse hur barnet tänker och respekt för det stärker barnets självförtroende. Arbete i grupp och möjligheten att höra hur andra tänker i samma situation ger barnen uppfattning om mångfalden och variation. Användning av mångfalden och variation för att stärka barnets tidigare erfarenheter betonas i samläring där fokus är på själva processen. Taluppfattning i författarens förklaring har direkta paralleller med Montessori metodik – använda andra sinnen som det taktila och auditiva och inte bara den visuella. Just i detta möte tillgodoses barnens olika inlärningsstilar (Ibid.).

Olsson (2000) behandlar nödvändigheten att utforma undervisningen med möjligheterna till att förverkliga förståelse för tal och räkning. Genom att skapa en kognitiv konflikt där barnen blir medvetna om sina missuppfattningar hjälper barnen att förstå matematiken. Enligt författaren pararbete och arbete i mindre grupper skapar fler kognitiva utmaningar än arbete individuellt.

Sterner (2000) beskriver samtal i matematik som givande för att diskutera ”tankefel” eftersom en hypotes provas och godkänns eller förkastas. Vägen till abstrakt tänkande går genom praktiskt handlande i en kommunikativ miljö (Ibid.).

Analysschema från Skolverket är ett hjälpmedel för medveten uppfångande av barnens matematiska kunskap och lärande. Björklund Boistrup (2006) redovisar tillämpning av scheman av flera förskollärare. Utgångspunkten i denna utvärdering hittar hon i det relation mellan individen och omvärlden som betonas av Carlgren & Marton (2001). Barnet får möta matematik i olika situationer och kunskap som visas i olika sammanhang skall fångas. Också frågan om hierarkiskt uppbyggt kunskap belysas eftersom förkunskaper krävs för att komma fram till generaliseringar och abstraktion. Poängen med analyschemat är just att utvärdera det matematiska innehållet som verksamheten erbjuder barnet och inte den enskilda kunskapsnivån (Ibid., s 30). Scheman och Skolverkets beskrivning kan hämtas från internetadress <http://www.prim.su.se/matematik/analys2.html> och <http://www.skolverket.se/content/1/c6/01/46/94/Analysschema%20i%20matematik-2008.pdf>.

Doverborg & Pramling Samuelsson (2006) redovisar en Matematikdelegationens undersökning i Göteborgs förskolor och förskoleklasser angående hur de tänker om matematik och sin roll till barns lärande. Redan det extremt låga antalet besvarade enkäter visar attityden – 11 % svar av 390 utskickade brev. I resultatdelen är det två perspektiv på hur små barn lär sig – äntligen sker lärande helt oproblematiserat hela tiden av sig självt eller läraren bidrar till barns nyfikenhet. Att matematikkunnande är en viktig del av att förstå omvärlden togs upp i ett par svar (Ibid., s 51). Enligt författarnas slutsats de flesta lärarna ser att barnen möter matematik men att den inte lyftas fram, problematiseras och synliggörs för barnen vilket är ju en direkt arbetsuppgift enligt Lpfö 98. Meningsfulla sammanhang uteblir.

Doverborgs & Pramling Samuelssons (2001) omfattande studie i flera förskolor om matteinläring baseras på utvecklingsperspektiv. De gör referens till Marton & Booth (1997) angående variation och säger – ”att lära sig uppfatta en variation ger barnet en möjlighet att

möta det okända, dvs. nya problem och utmaningar” (Ibid., s 17). Dokumentation är ett samspel mellan läroplanens strävandemål och barnens och pedagogens världar. Författare erbjuder strukturerade samtal och video-observationer för analysering och reflektion över det som har hänt i en aktivitet och också sin egen roll som pedagog (Ibid., s 138).

En pilotstudie genomfördes år 2003-2004 och beskrivs i *Små barns matematik* (Doverborg & Emanuelsson, 2006). Lärarna gick på en kompetensutvecklande kurs och utförde arbete i barngrupper med handledarstöd och det skulle bidra till barns matematiklärande. Utvecklingspedagogiskt förhållningssätt förutsätter en aktiv lärare och utmaning av barnets erfarenhetsvärld. Loggbok för lärarnas dokumentation utvecklades till punkterna Gjort-Tänkt-Lärt-Utveckla (förkortat GTLU) från Sterner (2003).

Kan hämtas från: [http://ncm.gu.se/media/ncm/sbm/loggbok\\_gs.pdf](http://ncm.gu.se/media/ncm/sbm/loggbok_gs.pdf).

Doverborg (2006) hänvisar till stora skillnader i hur lärarna uppfattade matematiken från studiets början till slut. Beskrivningskategorier är – räknar föremål, ser andra aspekter av matematikinnehåll, ser möjligheter och problematiserar. En tydlig förflyttning till att se andra möjligheter och göra problematisering visar att lärarnas kunskap har fördjupats inom matematisk didaktiska frågor (Ibid., s 63).

Björklunds (2007) studie visar hur variationsteori definierar lärande som ett variabelt sätt att förstå och handla i förhållande till ett specifikt fenomen. Studien består videografiskt observerade episoder av barnen mellan 1år, 1 månad till 3 år, 9 månader gamla. I analysen används småbarns erfarenhet med matematiska begrepp, möjligheter att urskilja likheter och skillnader, samt relationen del-helhet. Björklunds (2007) tolkning av kritiska aspekter består av variation, samtidighet, rimlighet och hållpunkt.

*Hållpunkter* tycks vara viktiga för barnen för att konkretisera, fokusera och förstå det de erfar. Barnen ger uttryck för detta i sina lekar, handlingar och även verbala beskrivningar av erfarenheten. I episoden strukturerar barnen kuber i två likadana rader intill varandra där varje kub får en kula som par. Strukturen på konstruktionen fungerar som hållpunkt till exempel för att uppskatta hur många kulor och kuber som har rum inom ramen för det som barnen bygger (Ibid., s 120).

Varje barn möter matematik som en del av kultur och inom sociala sammanhanget lär sig att använda det som problemlösning i vardagen. Miljön och människorna runt omkring barnet är betydelsefulla eftersom barnet blir medveten om olika perspektiv på egna erfarenheterna och har möjlighet att lära sig, erfar, urskilja (Björklund, 2007).

### 1.3 Syftet och frågeställningar

Syftet med mitt examensarbete är att tillämpa variationsteori i förskoleklassens matematikundervisning. Det praktiska undervisningsförsök provas med Learning Study som metod i en förenklad modell.

Frågeställningar:

- Hur tillämpar jag variationsteori inom matematikundervisningen i förskoleklassen?
- Vilka är de kritiska aspekterna för siffrorna 5 och 0 och geometriska figurer cirkel?
- Fungerade Learning Study som ett kompetensutvecklingsverktyg?

## 2 METOD

Syftet med mitt examensarbete är att prova tillämpa variationsteori i matematiska aktiviteter med förskoleklassens elever. Fenomenografisk forskningsansats är en kvalitativ undersökning där man tolkar barnens uppfattningar och tankar om ett visst fenomen. Enligt Marton & Booth (2000) är detta ett relevant sätt att hantera forskningsfrågor om lärande i pedagogisk miljö. Fokus ligger på elevernas olika uppfattningar och forskningens objekt är variationen i sätt att erfara fenomen.

Enligt Johansson & Svedner (2001) är undervisningsförsök ett speciellt sätt hur man genomgör det. Det främsta är att forskaren deltar i förändringsprocessen och alla andra är involverade. Processen är praktiskt och inriktad till en lösning. Undervisningsförsök är nära släkt med aktionsforskning (Ibid., s 47). I mitt fall är det förändring om elevers kunskap om siffror 5 och 0 och geometriska figurer cirkel.

### Learning study

Jag vill närma mitt undervisningsförsök den modellen som har namnet – Learning Study. Cyklisk arbetsgång med tillhörande utvärdering är karakteristisk till båda modellen. Ference Marton (2005) skriver att Learning Study enar teori om lärande och praxis på skolan. En japansk ”lesson study” har hämtas för inspiration och utvecklats till en praxisnära forskningsmetod i Sverige. Utgångspunkten är att förbättra elevernas lärande och det mest effektiva är att fokusera på en lektion i klassrumsmiljö. De pedagogiska förändringarna planeras från en konkret situation i själva klassrummet. Svårighet är att hitta de rätta och mest anpassade förändringar (Ibid., s 106).

I mitt förenklade undervisningsförsök med Learning Study som verktyg är jag själv som ska reflektera över sitt arbete i jämförelse med Martons beskrivna lärararbetsgrupp.

Marton (2005) beskriver hur flera lärare formulerar pedagogiska mål kring ett praktiskt problem. Arbetsgruppen ser variationsteorin som en möjlig pedagogisk teori att använda. Gruppen planerar sin undervisning med lärande objektet i fokus och praktiska sätt hur man ska utveckla elevernas förståelse för det tänkta objektet. Sedan varje lärare genomgör sin lektion. Ett prov mäter elevernas förståelse efter nya lektionen. Samtidigt har också lärare observerats eller filmats i sin aktivitet. Vid utvärdering lär sig lärarna hur förståelse av olika begrepp kan utvecklas. Learning Study är ett systematiskt sätt att uppnå pedagogiska mål och samtidigt lära från detta försök. Marton ser tre bemerkelser:

1. Lärare kan möjliggöra lärande för eleverna så att de kan lära sig.
2. Lärarna lär sig från aktuell forskning, från varandra, från eleverna och från själva studien.
3. Forskarna lär sig hur teorin fungerar (Ibid., s 107).

En Learning Study har följande steg:

- Välj och karakterisera de mål som ska uppnås.
- Ta reda på i vilken utsträckning eleverna har utvecklat dessa förmågor innan undervisningen.
- Utforma en eller flera lektioner med hänsyn till elevernas förkunskaper.
- Genomför lektionerna enligt planen.
- Utvärdera lektionerna för att se i vilken utsträckning eleverna utvecklat det som var lärandets mål.

- Dokumentera och kommunicera syftet, målet, tillvägagångssättet och det erhållna resultatet (Ibid., s 107).

Learning Study ökar intensivt inom pedagogisk forskning. I Skolportens hemsida finns intervju med Laila Gustafsson om hennes avhandling. Hon ser Learning Study som kompetensutvecklingsmodell.

(<http://www.skolporten.com/art.aspx?id=a0A200000013sfQ&typ=art>)

Göteborgs Universitet och Högskolan i Skövde har profil på Learning Study inom sin lärarutbildning. En övertygande respons från verksamma lärare visar att just de svaga eleverna blir gynnade av denna modell. Aktiv forskare och docent Ulla Runesson och Gerd Gustafsson som är kursansvarig för Learning Study ger svaret:

”Alla elever vinner på att ha välstrukturerade, medvetna och kunniga lärare, men största vinnarna, i alla studier, är de elever som har svårigheter med skolarbetet.”

(<http://www.his.se/samverkan/skola-lararutbildning/ruc/learning-study/docent-ulla-runesson/>)

Jag känner igen mig i Learning Study. Att undervisa på bästa sätt sammanfaller med min ambition hur en lektion ska se ut. Att hitta de små och väsentliga markeringar i innehållet är just den utmaning som jag söker.

Jag har valt att introducera siffran fem och noll som symbol, antal och som en del av tio, samt geometrisk figur cirkel. För att veta vilka tidigare erfarenheter elever hade har jag gjort förintervju med videokamera. Utifrån det jag planerade lektionerna, utelekar och andra aktiviteter. De förberedda lektionerna inomhus är filmade och bearbetade. Däremot uteaktiviteter som givetvis har också en lärande objekt har jag som minnesanteckningar och som komplement till utvärdering. Att filma mina egna framförda lektioner har varit provning och utmaning för min egen bild som lärare.

Intervjuerna utgör en viktig del av undervisningsförsök. Att filma intervjuerna ger en mer samlad bild på barnets kroppsspråk, olika eventuella lösningar med praktiskt material.

### Begränsningar.

Som en del av lärarutbildningen har examensarbete en funktion att sammanfatta allt kunskap som har kommit till godo under utbildningstiden. En annan funktion kan vara att prova något nytt som man har inspirerats från den aktuella forskningen. I mitt fall har jag redan ett visst kunskapsbagage som matematikerutbildning, Montessori metodiken (har AMI diplom) och aktivt lärarjobb de senaste åtta år. Därför valde jag en ny teori – variationsteori – och en ny tillämpningsätt genom Learning Study för att testa mig själv och det inlärd i en ny miljö. Jag har medvetet valt bort min egen arbetsplats eller liknande undervisningsmiljö där redan förväntade resultat skulle förekomma. Jag började på en helt ny skola med nya barn och ny handledare. Det har gett en trögare start för att lära känna barnen och det ansvarslärare under vilket jag utförde mitt försök. Eftersom samtidigt arbetar jag deltid på min Montessoriskola då fördelades de tillfällena att utföra undervisningsförsök över flera veckor.

Val av undervisningsförsökets innehåll – siffran 5, 0, 10 och geometrisk figur cirkel – grundar sig i förskoleklassens strävandemål i matematik och den verkliga barngruppen som jag befann mig i. Jag kommer inte att redogöra för matematisk begreppsbyggnad, grundläggande matematiska räknepprinciper eftersom fokus på detta Learning Study är att hitta de väsentliga kritiska aspekterna i min undervisning. Elevernas intervjuer är hjälp för att bedöma om jag har lyckats med Learning Study som mitt kompetensutvecklande verktyg.

## 2.1 Urval

Undervisningsförsök genomfördes höstterminen 2009 på en liten byskola. Vid en telefonkontakt till rektor som ansvarar för flera skolor inom ett större område jag fick formell tillåtelse att kontakta skolans lärare. Jag förmedlade mitt intresse att jobba just i förskoleklassen. Jag kom för en personlig presentation till lärare G som jobbar i förskoleklassen och förklarade min situation och syftet med examensarbete. Ett varmt välkommande och förståelse för mina utdragna tider pga lönarbete verkligen underlättade examensarbetets fullföljande. Förskoleklassen bestod av 9 elever som är fem till sex år gamla. Det är 4 flickor och 5 pojkar. Jag hade en enastående chans att utföra min undersökning i ett lagom stort och homogen elevgrupp.

Enligt Staffan Olssons bok *Sekretess och anmälningsplikt* (2001) för skolformen förskoleklass gäller samma sekretess som för övriga skolformer. I förskoleklassen skyddas känsliga uppgifter som gäller barn och deras närstående. Däremot gäller ingen sekretess inom samma skolmyndighet mellan pedagoger i förskoleklass, grundskola, skolbarnomsorg. Skillnad mot förskoleverksamhet är sekretesskrav som innebär att man får berätta sådant som en arbetskamrat behöver veta för sitt arbetes skull (Ibid., s 100). Vid en ny terminsstart det är aktuellt eftersom alla barn är nya, träffas i ett nytt sammanhang – ny skolform och dessutom lärare har en knapp information om barnets tidigare utveckling. Det betyder att en viss period av terminens början gick till att lära känna barnen och lägga kraft på deras kamratrelationer.

Enligt personuppgiftslagen (PUL) och forskningsetiska rådet (<http://www.codex.uu.se/>) från Högskolan i Gävle krävs det tillstånd från föräldrarna för att dokumentera omyndiga barn i forskningssyfte. Dessutom alla studenter som praktiserar ska ordna ett registerutdrag hos polismyndigheten.

Alla föräldrar fick hem ett brev (bilaga 1) om studiens syfte och behovet att dokumentera deras barn. Brevet innehöll en tillåtelse del som efter påskrivande returnerades till mig. Allt detta införskaffades innan jag började intervju och filma barnen. Jag har också deltagit i ett föräldramöte och förklarat min närvaro på skolan.

Jag var noga att berätta för alla vuxna som arbetade på skolan varför jag befinner mig på deras arbetsplats. På lärarrummet och i fritids lokaler satte jag upp ett annat personligare brev som förklarade för personalen min situation och vilka tider under de närmaste veckorna jag kommer att närvara.

Etiska regler kan verka så enkla som att man ska göra mot andra vad man vill att de ska göra mot en själv, men i verkligheten är det svårare. Som en utomstående person i andras verksamhet man ska visa ödmjukhet och förståelse. Jag hittade stöd i boken *Det värderande ögat* av Bjørndal (2007) där han hänvisar till fyra enkla etiska grundregler från Gren (2001):

- Principen om självbestämmande – människor ska ha rätt att bestämma över sig själva.
- Principen om rättvisa – människor ska behandlas lika i saker där de har samma förutsättningar.
- Principen om maximal godhet – man ska göra så mycket gott som möjligt, minska lidande och förebygga skada.
- Principen om minmalt lidande – man ska minsta möjliga grad skada eller förorsaka lidande (Ibid., s 139).

Som en pedagog i min yrkesroll är jag förpliktigad att på bästa möjliga sätt försöka se den pedagogiska situationen och de personer som ingår i denna. Att vara känsligt mot andras reaktion vid olika typer av observationer med digitala medel eller blotta ögat är något att eftersträva.

Enligt Johansson & Svedner (2001) är utförlig information till deltagarna en nödvändighet och det har jag i bästa möjliga mån gett till de olika människor som har omringat mig under



mitt undervisningsförsök. Till barnen förklaring att jag går in en annan skola och måste visa vad jag har gjort här har varit utan problem. De flesta vände sig vid kameran redan efter några första minuterna och en mer spännande aktivitet lockade deras uppmärksamhet. I ett par tillfällen har jag avbrutit intervju då jag har känt att barnet inte vill vara med eller är så distraherad att orkar inte sitta kvar.

## 2.2 Datainsamlingsmetoder

### Intervjuer

En kvalitativ forskning karakteriseras av intervjuer. Enligt Johansson & Svedner (2001) strukturerad intervju består av fasta frågor som ställs till alla deltagare. En kvalitativ intervju har friare formulerade frågor som kan varieras på olika sätt.

Min första intervju (se bilaga 2) med eleverna var strukturerad. De fjorton frågor godkändes av klassläraren innan jag började fråga barnen. En liten lokal på fritids blev den *lugna platsen* enligt Doverborg & Pramling Samuelsson (2000) där jag utförde nästan alla mina intervjuer. Ett bord emellan mig och den intervjuade barnet etablerade oundviklig ögonkontakt. Att använda videokamera vid inspelning hade jag erfarenhet från liknande uppgift förut. För senare bearbetning av rådata är videofilmning det bästa alternativ eftersom nya infallsvinklar kan upptäckas och som intervjuare jag helt enkelt hinner inte skriva ner så mycket. En del av otydliga ljud och kroppstecken också tolkades lättare efteråt med hjälp av video.

Det *sociala kontraktet* (Doverborg & Pramling Samuelsson, 2000, s 27) förutsätter ett förtroende från barnens sida och det försökte jag skapa med några dagars förberedelser innan undervisningsförsöket. Jag följde med barnen hela dagen i deras verksamhet, både inne och ute och var själv aktiv för att undersöka hur mycket de kan i matematiskt språk och teckensystem.

Jag använde min egen videokamera – Sony DCR-PC110E med mini DV (Digital Video Cassette). Inspelad information överfördes till CD och DVD skivor för att lättare bearbeta på datorn. Transkribering av intervjuerna gjorde jag i tabellform. I genomsnitt tog det flera gånger så mycket tid för varje tidsintervall som transkriberades.

Tabell 1. Insamlade data som intervjuer och motsvarande bilaga.

	antal frågor	antal barn	sekvens i minuter	bilaga
intervju 1	14	8	23	2
intervju 2	max 15	9	31	8
intervju 3	13	8	43	9
intervju 4	16	8	51	11

Antalet barn varierar pga eleverna var borta från skolan det tillfälle när intervjuerna genomfördes.

Intervju 2 (se bilaga 8) var kvalitativt intervju där antalet frågor varierades, men som skulle täcka över fyra områden:

1. Kännedom om siffra som symbol och antal.
2. Det sensoriska minnet – vad barnet kommer ihåg när de byggde siffra fem med sina kroppar på golvet?
3. En enkel uppgift hur kan antalet 5 delas, äntligen från klassrumslektion eller fritt.
4. Figur cirkel – inne och ute (hjulskull).



Intervju 3 och 4 genomfördes som strukturerade intervjuer med några sidofrågor. Båda intervjuerna innehåller också praktisk problemlösning. Intervju 3 frågorna och 2 protokoll ses på bilaga 9 med några bilder om hur barnen grupperade pärlor. Bilaga 11 innehåller intervju 4 frågor och 2 protokollutdrag.

Jag är väl medveten att intervjuaren påverkar svaren och också kameran närvaro kan bli störande. Under de tillfällen som jag intervjuade barnen de blev mer och mer vana att svara. Det bekräftas av Vikström (2005), Björklund (2007) och Thulin (2006) i deras metoddel att i praktiken barn vänjer sig vid intervjuerna och kamerans närvaro.

Dokumentera barnen ur etiska aspekter uppmärksammas av Lindgren & Sparman (2003) som säger att det är vuxenperspektiv och att det är nödvändigt att begränsa alltför utbredd och onödigt dokumentation. Som lärarstudent har jag mina etiska överväganden närmast mer till forskares etik än lärarens.

## Videofilmning

Heikkilä & Sahlström (2003) diskuterar de möjligheterna och begränsningarna som videospelning som fältarbetets främsta nutids verktyg har. Deras analys av tiotal avhandlingar där video använts för att studera barnperspektiv är att beskrivningarna är mycket vaga. En sammanfattande möjliga aspekter för att anpassa tekniken på bästa sättet för att ge en rättvist bild av eleverna (Ibid., s 36).

Jag provade kamerans position i klassrummet på två olika ställen. En extra mikrofon för att uppta bättre ljudkvalitet skulle också varit bra. Å andra sidan jag ville göra så lite ändringar som möjligt för att inte störa förskoleklassen i deras vanliga arbete. Eftersom fokus på min learning study är mot mig själv och vad jag säger till eleverna, då anser jag att för denna skull är videospelningens kvalitet tillräckligt bra. Den sammanlagda tiden på filmade lektionerna är 3 timmar och 15 minuter.

Bjørndal (2007) anser att just videospelningar är utmärkta för att utföra observationer av praktiken. Fördelen är att konservera observationerna för senare efterarbete där vårt begränsade minnet har mycket mindre kapacitet. En stor rikedom av detaljerna som kan återupptäckas på nytt också tillhör fördelarna (Ibid., s 72).

Angående min självkänedom ger filmat material en spegelbild som inte alla gånger är så trevligt att titta och lyssna på.

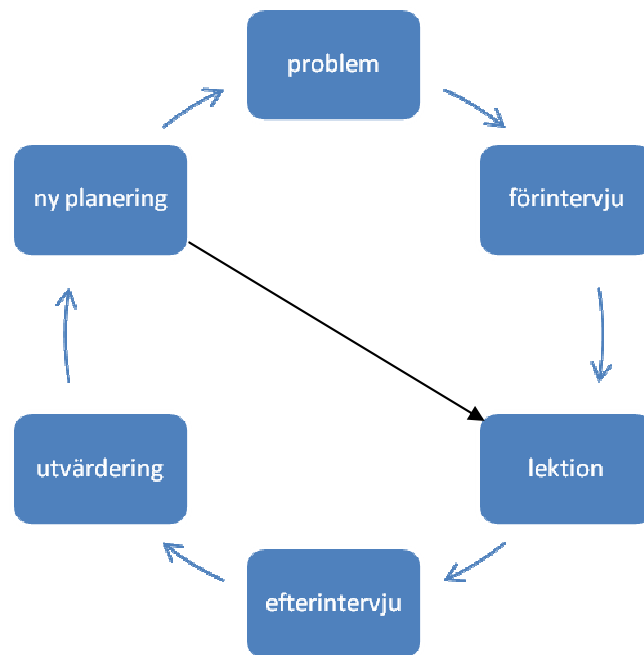
## 2.3 Procedur

Inspiration till idé om egen Learning Study har jag hämtat från flera källor – som Vikströms (2005) avhandling, Thulins (2006) avhandling och flera studenters examensarbeten på c-nivå som jag inte har i min referenslista. På Högskolan i Gävle är det Eva Johansson (2008) som har skrivit D-uppsats om Learning Study i förskoleklassen med begrepp dubbelt så många.

### Min Learning Study

1. Formulering av problem och forskningsfråga
2. Förintervju gjordes med eleverna
3. Genomförande av Lektion 1 med avsedda lärandeobjekt siffror 5 som symbol
4. Genomförande av Lektion 2 med avsedda lärandeobjekt cirkel som sinnesintryck
5. Intervju 1 om elevernas erfarna lärandeobjekt
6. Utvärdera lektionen 1 & 2 om det iscensatta lärandeobjektet

7. Ny planering
8. Lektion 3 med avsedda lärandeobjekt 5 i del-helhet som mynt
9. Lektion 4 med avsedda lärandeobjekt 5 i Montessori pärlor
10. Intervju 2 om elevernas erfarna läraryrke
11. Utvärdering av lektionerna 3 & 4 om det iscensatta lärandeobjektet
12. Ny planering
13. Lektion 5 om siffran 0 i relation till 10
14. Avslutnings intervju om elevernas erfarna läraryrke
15. Utvärdering av min learning study



Figur 2. Förenklad Learning Study modell.

Förklaring – figur skall förstås som en cyklisk arbetsgång tills det ursprungliga problemet är löst.

## 2.4 Analysmetoder

Fenomenografin som forskningsansats har utvecklats till variationsteori vars mönster beskrivs av Marton (2005) med följande fyra aspekter:

1. Generalisering – det som är invariant är det begrepp som ska läras medan det som varierar är olika instanser av begreppet.

I mitt undervisningsförsök är det t ex siffran fem som symbol som fokus ligger på samtidigt som olika saker varierar. En femkrona, en femma på klockan, en femma av kroppar på golvet är några exempel.

2. Separation – det är det som ska urskiljas som separeras och varierar medan den andra aspekten förblir invariant.

I mitt fall är det talet 5 som hålls konstant medan alla möjliga saker räknas upp – som t ex 5 pärlor, 5 stenar, 5 enkronor.

3. Kontrast – här jämförs ett fall med en eller flera instanser så att det som var invariant träder i bakgrunden medan det som varierar blir synligt (Ibid., s 110).

Jag tolkar det som att både aspekterna som femmans symbolfunktion och antalfunktion måste variera för att just upptäcka att de har olika funktioner. Jag använde myntväxling mellan en femkrona till fem enkronor för att ge en förståelse för det i min Learning Study.

4. Fusion – detta är flera kritiska aspekter som ska upplevas samtidigt. Marton (2005) beskriver fördelen att särskilja aspekterna för en effektiv inläring eftersom vi lär ju på olika sätt och sedan sammanföra dem tillsammans igen för att upptäcka nytt kvalitet av det inlärd. Därför variation och fusion oundviklig äger rum samtidigt (Ibid.).

Jag tolkar detta som att barnen genast tillämpar en ny upplevelse mot tidigare erfarenhet både mentalt och praktisk. Jag använde för mig väl bekant material som Montessori pärlor för att överbygga antalet fem i del- och helhets relation. Barnens nya upplevelser och praktiskt handlande ledde de till mitt valda lärandeobjekt.

Språkets betydelse i undersökningen är nära kopplat till både tolkning av intervjuerna och vad jag förmedlar under lektionerna. Språkets sociala funktion användes när jag delade barnen i mindre grupparbete eller pararbete. Också diskussionerna med hela förskoleklassen som delvis var genomgångar och synliggörande av hur olika vi tänker hade det matematiska språket en tydlig roll – det enade våra tankar att vi pratade om ungefär samma sak. Enligt Thulin (2006) innebörden framträder i olika sammanhang -

”Det räcker således inte att veta betydelsen av enskilda begrepp. Vad som anses vara väsentligt är att få använda naturvetenskapliga begrepp och termer som redskap i meningsfulla sammanhang i en kommunikativ kontext” (Ibid., s 124).

Sättet att fånga det är mina videofilmningar av lektionerna. Som lärare jag aktiv bygger det lärande rummet och erbjuder olika situationer med tillhörande sammanhang. Jag stödjer mig i Björklunds (2007) tankar om likheter och skillnader som utgör förutsättning för lärande. När en individ erfar ett fenomen på varierande sätt framträder de konstanta kritiska aspekterna, vilket gör att den lärande individen urskiljer samband och kommer således bättre ihåg det som lärts. Variation i lärandet omfattar å ena sidan att urskilja hur samma fenomen gestaltar sig i olika sammanhang, det vill säga innebörden hålls konstant, å andra sidan innebär variationen att uppfatta vad ett fenomen *inte* är, det vill säga vad som är specifikt hos ett fenomen (ibid., s 19).

Samtidigheten tolkas av Björklund (2007) som refererar till (Runesson & Marton, 2002) som avgörande för att variationen skall framträda, eftersom människan samtidigt bör urskilja och medvetet fokusera vad som varierar och vad som förblir invariant. För att förstå ”fem” bör alltså, utifrån detta resonemang, flera sätt att förstå fenomenet ”fem” fokuseras, det vill säga att ”fem” samtidigt betyder en mängd av viss storlek (såsom ett visst antal bollar), en placering i räkneramsan samt att fem som mängd består av delar som sinsemellan har en viss relation till varandra. Vad som varierar och vad som är konstant är grundläggande aspekter att beakta för att förstå ett fenomen och följaktligen för att lärande skall ske (Ibid.). Jag tolkar det som fusion enligt Marton.

Vägen för att fokusera på lärandets objekt (vad-aspekten) utgörs med lärandets akt (hur-aspekten). Här använder jag Thulins (2006) avhandling med beskrivningskategorierna – att rikta uppmärksamhet, att problematisera, att svara på frågor och att uppmäna till handling (Ibid., s 53-54). Min bearbetning av videofilmerna baseras på indelning i dessa fyra spalter.

### 3 RESULTAT

Syftet med arbetet att utföra Learning Study inom variationsteoretiska ramar blir intervjuerna och filmade lektioner en stor del av arbetet. Se figur 2 för att följa arbetsgången. Intervjuerna och filmerna inkluderar flera moment. Eftersom jag var i förskoleklassen flera timmar om dagen då jag använde kameran varje gång när tillfälle gavs. Under samma dag kunde jag genomföra flera olika moment som jag väljer att redovisa som samma lektionstillfälle. Därför också intervjuerna täcker över flera aspekter av vad som hänt tidigare än bara en enda lärande objekt. Användning av ordet barn och elever varierar i mitt arbete, men har samma betydelse. Några enstaka gånger jag hade filmat mig förut men nu var det systematiskt och mer genomtänkt. Min Learning Study har ändrats under arbetets gång då jag insåg att samla in rätt information och hinna bearbeta det kräver mycket tid. Jag har utgått från öppen framhållning gentemot uppgiften och redo att anpassa mig efter de omständigheterna i verksamheten som inträffade.

Vid efterfrågande kan jag ge allt transkriberat material från alla intervjuerna och filmerna och bifogar inte det till examensarbete. Enligt Högskolan i Gävle etiska regler lägger jag alla tillhörande band, CD och DVD skivor och transkriberande protokoll i ett separat kuvert som ska bevaras under ett år i högskolans arkiv.

#### 3.1 Förintervju 1

Enligt Learning Study modellen är förintervju en viktig början. För att ringa in problemområden till några få frågor behövdes en kännedom om barnen och deras kunskapsnivå.

Tabell 2. Intervju 1 resultat.

Intervju 1	ålder	stor	liten	matematik	cirkel	kvadrat	triangel	symbol 5	antal 5
Alfa	5	lampa	penna	nej	rund triangel	fyrkant triangel	triangel	ja	
Beta	6	stor hund	liten hund	nej	"O", cirkel	fyrkant	trekant	ja	ja
Gamma	6	träd	myra	nej	"O"	fyrkant	triangel	ja	
Delta	6	rummet	mattan	nej	cirkel	fyrkant	triangel	ja	
Epsilon	6	hus	myra	nej	talrik, cirkel	fyrkant	triangel	ja	ja
Zeta	6	människa	penna	nej	cirkel	fyrkant	triangel		ja
Eta	5	lådan	.....		rund ring	låda	fyrkant	ja	
Jota	6								
Kappa	6	träd	gruskorn	har hört	cirkel		triangel	ja	ja

Alla barnens namn är kodade med grekiska bokstäver. Jota var inte närvarande den dagen när förintervju genomfördes. Det är två barn som inte har fyllt sex år under oktober månad 2009.

Jag tolkar barnens svar under intervju med fokus på språklig förståelse. Det är både min ställda fråga och barnens svar som ska ses i samband. Hur man frågar sådana svar får man. Frågorna om *stor* och *liten* är kopplade till tidigare genomfört undervisning och lek för att känna på barnens matematiska språk och deras inlärningsstrategier. Leken genomfördes dagen innan då barnen jämförde sina egna längder i små grupper och enades vem var *längst* eller

*kortast*. Begreppen stor och liten diskuterades och genomfördes manuellt. Vi hade olika saker på bordet och sorterade dem i *stor, större, störst* och *liten, mindre, minst*. Sedan barnen har ritat i arbetsböcker sina egna saker som föreställer dessa begrepp. Det är bara Beta som ser storleksskillnad i samma typ av föremål. För andra barn är det visuella och olik-artad skillnad primär.

Frågan om matematik som kändes inte igen av nästan alla barn har jag diskuterat med läraren och fått bekräftande svar att just detta ord har inte förekommit i verksamheten, fast barnen jobbar ju med det.

Frågorna om cirkel, kvadrat och triangel (se bilaga 2) har jag varierat. Att börja rita en cirkel och fråga vad det är, gav vilseledande svar ibland som t ex tallrik, eftersom efter triangel de flesta barnen insåg att det är figurer vad jag frågar om. Därför barnens svar att det är ljudet "O" ska tolkas som rätt. Jag tolkar barnens svar att det är två tillfällen där uppfattning om cirkel är svag. Detsamma med frågan om kvadrat där det vanligaste svaret är fyrkant och inte rektangel eller kvadrat. Alfa och Eta har brister i benämning av kvadraten. Triangeln frågan har bara ett fel svar. Det matematiska språket har goda möjligheter att användas mer eftersom den större delen av barngruppen äger kunskap som de kan dela med sina kompisar.

Frågan om fem har inte utvecklats under intervju med flera följdfrågor. Jag nöjde mig med de första spontana svar som barnen gav.

En transkribering av två barns svar bifogas i bilaga 2 efter intervju frågorna. Jag använde tabellform för att lättare bearbeta data efteråt och det mitt eget sätt att se saker bättre ordnade på detta sätt.

### 3.2 Lektioner med det avsedda lärandeobjektet

Från figur 1 lärares undervisning börjar med det avsedda lärandeobjektet (*the intended object of learning*) och barnen erfar det iscensatta lärandeobjektet (*the enacted object of learning*) under praktiska delen av undervisningen. Resultat blir det som verkligen erfars av barnet (*the lived object of learning*) det erfarna lärandeobjektet och som undersöks i intervjuerna (Vikström, 2005, Marton & Booth, 2000).

#### Nollans lek

Nollans lek är en Montessori lek för att uppleva siffran noll visuellt, manuellt och känslomässigt. Jag har använt den med barnen förut och tänkte att det skulle vore intressant prova på min praktik med barnen utan erfarenhet av Montessori materialet. Kortfattad leken går ut på att varje barn får en siffra som de hämtar motsvarande antal saker, men den som har fått nollan gör en stark "hämta ingenting fast jag har en siffra" upplevelse. Protokoll i tabellform bifogas i bilaga 3. Tabellen skall läsas från vänster till höger och börjar med mina handlingar. Barnens svar kan vara både verbala och handlingsinriktade som att visa mig eller göra saker utan att säga något. Jag har antecknat också deras kroppsspråk under den sista kolumnen – *att svara på frågor*.

Det avsedda lärandeobjektet i leken var att uppleva siffrans två funktioner – som symbol och som antal. Jag ser klara fördelar att mixa de två funktionerna i lekens form för att just upptäcka deras olikhet. Barnens erfarenhet – det iscensatta lärandeobjektet har jag fångat med kamera. Vid bearbetning av filmade materialet har jag försökt att strukturera det pågående lärande med fyra beskrivningskategorier där min egen handlande har en övervägande roll. Transkribering är inte fullständigt eftersom det filmade materialet är alltid mycket rikare på nyanser som jag har möjlighet att lägga ut på papper.

Barnens reaktioner och erfarenheter tyder på en delaktighet och nyfikenhet och samlärande. Vi arbetade i en grupp. Se mer i protokollen (bilaga 3) vid den sista spalten. Ibland är det svårt att skilja på kategorier *att problematisera* och *att rikta uppmärksamhet*. Där har jag utgått från min tolkning av situationen eftersom jag har upplevt det och det kan skilja från någon annans som läser detta arbete.

### Leta efter siffra 5

Det avsedda lärandeobjektet är att leta efter en symbol. Se bilaga 4. Därför avböjer jag de eleverna som har tagit fem saker. Letande blev en verkligen lyft för barngruppen och fortsatte länge efteråt. Barnen hade fått ”femmans” glasögon på sig. Jag använde dessa glasögon när jag intervjuar barnen senare och frågar var de har sett femmorna någon annanstans. Att fokusera bara på en funktion eller generalisering i variationsteori gav en ny dimension till siffra fem – alla femmor såg ut lika fast de befann sig på olika ställen. Exempel med kalender där Eta visar mig en femma säger jag att just den här femman har jag redan fotograferat, fast inte de andra i samma kalender.



### Sjunga om fem

Barnens erfarenhet är flerdimensionellt. Att sjunga om siffror eller bokstäver, använda rim och ramsor, fingerlekar och rörelselekar främjar inläring. Min erfarenhet bekräftar det. Lärandeobjekt i detta tillfälle var att uppleva rytm i sångerna och hur antalet har en organiserande funktion i versernas följd. Ramsor innehåller rimord där nästan alla barnen var med och inflikade med rätt ord. Bilaga 5 innehåller del av lektions innehåll. Det sista sången om aporna blev jag bjuden på – barnen själva kom på en sång som jag hade missat. Känslomässigt det var en stund med avkoppling och gemenskap, det stärkte mina band med eleverna som jag kunde använda i intervjuernas sociala kontrakt.

### Gruppera 5

Del- och helhets relation i själva talet och mellan talen utgör grunden för räkning. Det avsedda lärandeobjektet för denna aktivitet var att praktiskt uppleva gruppering. Barnen hade inte gjort detta förut som en matematisk övning, men utifrån mina observationer var det några barn som kunde dela med sin kunskap. Jag försökte lyfta fram just ”subitizing” – att se ett lägre tal i en enda blick (Malmer, 1990). Sedan utvecklades övning till att dela 5 pärlor i olika högar. Det var också grupparbete, där alla barn kunde se varandras arbete. Bilaga 6 innehåller en del av protokollet och några bilder.



### Klippa ut, känna, vika, färglägga en cirkel

Varje barn fick en A4 blad med cirkel på som de skulle klippa ut. Det tog sammanlagt 6 minuter till alla var färdiga. Att känna på figurerna i Montessori förberedda miljöer betyder en sensorisk träning och upplevelse. Jag visade hur man håller det urklippta cirkel i ena handen och kände runt med andra. Det avsedda lärandeobjektet var att uppfatta cirkelns symmetri, därför just kännande och diskussion runt om det betyder mycket för inläring.

Ett exempel från vårt samtal (se bilaga 8 med en del av transkribering):

Sandra: *Vad känner ni? Man kan ju åka runt hela tiden? Blir det stopp?*

Delta, Gamma, Beta, Eta: *Nej!*

Sandra: *Varför är det så?*

Gamma: *För att den är rund.*

Sandra: *Vad har den inte?*

Delta: *Inga kanter.*

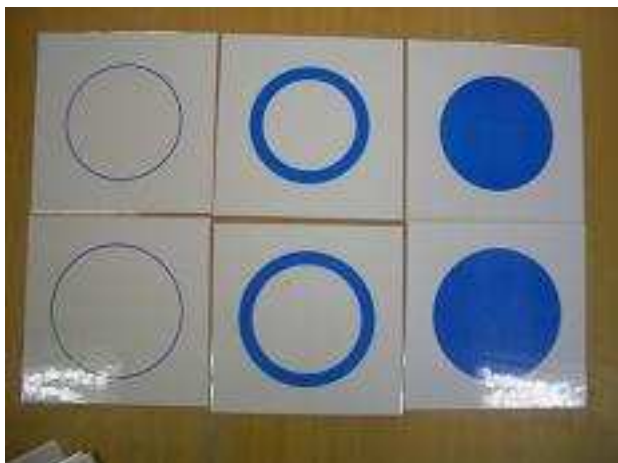
Sandra: *Ja, och inga hörn och spetsar!*

Eta kommenterar så att alla hör: *Alla har lika runda....*

Genom att vika cirkel i halvor, fjärdedelar och åttondelar mitt avsedda lärandeobjekt var att uppleva cirkelns symmetri. Att rikta barnens uppmärksamhet att det är lika delar och räkna de anser jag gav en inblick i del- och helhets relation också. Det iscensatta lärandeobjektet var olika för olika barn – några upplevde det som blomma, pizza, tårta och paraply, men alla barn hade en föreställning och koppling till tidigare erfarenhet av liknande form. Mitt försök att fokusera på kors eller kryss i mitten av det vikta cirkel berörde bara ett barn. Att färglägga varje segment i varsin färg hade fokusering på kritiska aspekterna – variation genom att alla cirkel ju skiljde på färgerna, urskiljning – se varje segment, samtidigt – uppfatta cirkel som en helhet av de delarna.

### Jämföra cirklar

Jag har använt här Montessori materialet från sinnestränande område. Det består av 6 cirklar där variationen mellan diameter skiljer bara 1 cm och dessutom varje storleksdimension har också olika fyllnadstyp – t ex cirkel med 7 cm diameter finns helt fylld, en med tjock linje och en med smal linje. Barnen delades i slumpmässiga grupper och skulle hitta passande cirklar och under arbetets gång bilda 4 grupper med 2 barn i varje och 12 cirklar. Tre barn nästan samtidigt kom på idén att använda linjal för att mäta cirkelns storlek. Eftersom arbete pågick i hela rummet har jag ljudinspelning och inte bilder. Lärandeobjektet är variation i samma fenomen – lika cirklar fast med olika utseende. En till svårighetsgrad och dimension i variationsmönster är att det fanns fyra grupper av lika stora cirklar.



### 3.3 Uppföljningsintervju 2

Intervju 2 (se bilaga 8) var kvalitativt intervju med fyra områden – siffran fem som symbol och antal, sensoriska minnet – om de kom ihåg hur byggdes femma på golvet eller sett någon annanstans, godis uppgift där delning ingår och upplevelserna om att vika cirkel och hjulleken. Bilaga 8 innehåller också 2 exemplar av intervju – Alfa och Epsilon.

Tabell 3. Resultat av intervju 2.

intervju 2	symbol 5	antal 5	gruppera 5	noll	dela 5 lika	dela 5 olika	hjulku	vika cirkel
Alfa	spegelvänt	olika saker			skära alla		jobbigt	
Beta	rätt	olika saker	domino		2 o 2 o 1/2			rätt
Gamma	rätt	lika saker	domino		2 o 2			rätt
Delta	rätt	olika saker	1 o 1 o 1 o 2		2 o 2 o 1/2		kul	
Epsilon	rätt		4 o 1, 3 o 2	knytnäve		3 o ?		kryss, rätt
Zeta	spegelvänt	lika/olika	domino				tyckte om	rätt
Eta	rätt	lika	4 o 1	inget		4		rätt
Jota	nej	julsaker	domino	ingenting				nej
Kappa	spegelvänt	olika saker	3 o 1, domino		2 o 2 o 2			rätt

Alla barn var närvarande under intervju tillfället. Intervjun utfördes senare tid under dagen när redan fritids aktiviteter började. Det visade sig vara en nackdel eftersom jag upplevde att barnen svarade mycket snabbt och hade inte tid att svara på mer frågor, därför saknas en del svar.

Det erfarna lärandeobjektet visas i intervju och kan tolkas utifrån de omständigheterna som rådde under intervjun. Siffran fem som symbol kan tänkas ha brister vid nästan hälften av barnen. Min observation tyder på att disposition hur intervjuare sitter kan tvinga en del barn rita femma spegelvänt eftersom det är ju tänkt att jag skulle se det. Därför nästa intervju



tillfälle använder jag papper och penna för att barnen kan rita själva. Alla barn har en uppfattning om talet och gruppering. Jota benämnde 5 olika saker som rör jultema - *Nisse, tomte, julafton, pepparkaker och bullar*. 3 barn väljer att benämna fem lika saker som cyklar, bilar, fingrar, grisar.

Kolumnerna dela lika och dela olika är från uppgift där barnet får 5 låsas godis och jag inväntar ett svar hur de tänker dela mellan sig och mig. En del barnen fick frågan att dela godis lika, en del hur de ville. Det var Beta och Gamma som delade godis exakt lika och uppfattade det som matematisk problem. För resten av gruppen det blev en social uppgift där alla möjliga lösningar från att ta själv 4 godis, skära alla och så dela exakt lika, att få 2 var och resten kasta bort eller ge till någon annan.

Erfarandet av att vika cirkel visar i tabellen 3 att majoritet av barnen har lärt sig. Med lite stöd jag fick också de rätta namnen – halva, fjärdedel och åttendedel.

Hjulkull är en lek som utfördes ute på skolans fotbollsplan och jag redovisar det närmare under rubriken 3.6.

### 3.4 Lektioner med det nya avsedda lärandeobjektet.

Efter en vecka återvänder jag till barngruppen för att utföra nya lektioner. Under tiden har jag överfört filmerna till dator och tittat på min egen undervisning med kritiska ögon. För många olika moment i samma lektion är det första som jag lägger märke till. Att välja ut högst två egenskaper hos det avsedda lärandeobjektet är mitt mål. Fokusera mera på gemensam reflektion med barnen och deras delaktighet är det andra som jag behöver bättra mig på.

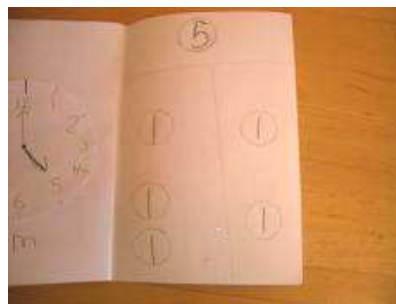
#### Banken

Första lärandeobjekt är - erfandet av nya visuella och sensoriska upplevelser av symbolen 5. Det andra lärandeobjektet – begrepp värde som ska upptäckas genom växling av en femkrona till fem enkronor och tillbaka. Vi använder våra femböcker. Jag tog riktiga pengar hemifrån för att arbeta med. Övrigt var att flera barn inte var bekanta med mynt, det hade jag tagit för givet att alla barn redan kan.

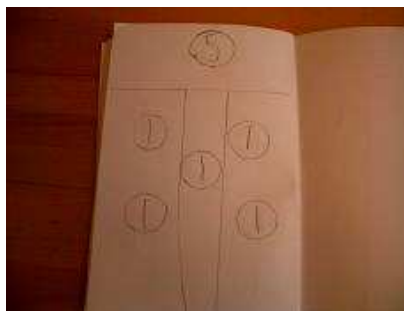
Elevernas första reaktion på femkrona var att det var tyng. Under arbetets gång har barnen reagerat både på storleken av olika mynten och vikten. Som Gamma sammanfattade: ”*Vi hade stor, mindre och minst.*” Här syftar han på femkrona, enkrona och 50öring. Att känna på saker med fingertopparna har jag lånat från Montessorimetodiken – barnens känsel är mycket högre än vuxnas därför spårande (dra med fingret efter en viss linje) ger en muskelminnesbild, det spårade objektet liksom ”sitter i fingrarna”.

Arbetsprocessen såg ut så här:

1. Få en femkrona, rita av.

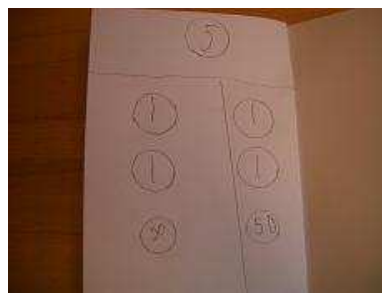


2. Växla mot fem enkronor, fördela mellan 2 fält.
3. Växla mot en femkrona, rita av.



4. Växla mot fem enkronor, fördela mellan 3 fält.

5. Växla mot en femkrona, rita av.



6. Växla mot fem enkronor, fördela lika mellan 2 fält.

Vid ordet *växla* blev det stopp eftersom jag träffades av frågande blickar. En demonstration vad menas med det ordet räddade situationen. Ordet *byta* använde jag för att jämföra vilken skillnad det är att byta en femkrona mot en annan femkrona och växla innehåller ändrad mängd av mynten. Varje växling har utförts mellan mig (banken) och barnet individuellt. Vid den första tillfälle gick jag runt och vi lade våra mynt bredvid varandra på bordet och tog var sin del. Varje gång har jag frågat barnet vad den vill växla och vad den vill få. Bekräftande svar inväntades och kontrollräkning utfördes ibland bara av mig, ibland av barnet självt. Den andra växling barnen valde att ställa sig i kö. Den tredje växling de redan frågade efter och ville utföra ännu mer.

Tabell 4. Utdrag ur Bankens videoprotokoll.

Rikta uppmärksamhet→	Att problematisera→	Att fråga→	Att svara på frågor, göra→
Vi börjar med en femma högst upp igen. Ett streck under. Nu delar i tre delar. (Jag visar hur jag har delat med två streck.)			Jag har gjort fyra stycken. (jag går och hjälper) Det är svårt.
	Nu delar vi enkronorna mellan strecken igen.		Ska vi växla?
Ja, vad bra att du sa det! Kom till banken!		Hur mkt vill du av mig? (Eta)	fem
		Öppna handen. (vi räknar)	1,2,3,4,5
		Kan jag få din femma tillbaka?	Varsågod.
		Vad vill du? (Jota)	växla
		Vilka pengar har du?	Visar sin femma
		Vi räknar och han frågar mera. Nej du kan inte få mer än bara fem – svarar sandra	
		Frågar Epsilon efter att jag har räknat – har du fått rätt?	Jaa.
		Vad vill du ha? Delta	fem

	Fem vad?		kronor
	Fem enkronor.	Öppna handen – 1,2,3,4,5. Är det rätt? (tittar i ögonen)	Ja – svarar Delta

Steg 6 innehåller växling med 50öre och det var för svårt. Där en del eleverna tappade intresse och jag låt den uppgiften vara fritt, bara de som ville utförde det. Det var fyra barn som utförde en mekanisk fördelning av mynten.

Att variera så mycket mellan pengarnas olika värde och det petnoga kontrollräkning vid varje växling gav struktur och lekform till hela undervisningen. Uppskattning från barnens sida gick inte att missa.

Ett försenat barn som dök upp mitt i min första fråga om växling förflyttade hela fokuset. Jag tappade tillfälle att svara på en viktig fråga och fick återuppta det hela igen.

Jag provade en genomgång inför hela barngruppen om pengarnas symboliska utseende – femkrona och enkrona – och värde. Jag ritade på tavlan och försökte återknyta till vad vi hade gjort fast responsen kändes litet. Diskussion vid stora gruppbordet under lektion gav mer kontakt och minskade avståndet mellan våra ögon.

### Påläggbara cirklar

Denna övning är inspirerats från Montessorimetodik. Att bortse från färgläggnings parallella och täta streck som är viktig aspekt inom Montessori, valde jag att fokusera på tredimensionellt upplevelse. Efter att barnen hade ritat tre cirklar med ett gemensamt område gav jag uppgift att välja en cirkel som ska vara den översta. Där börjades färgläggning på hela cirkelns yta. Kritiska aspekter som att urskilja en viss cirkel uppfylldes här, samtidigt som det var tre likadana cirklar. Jag har inte vidare utvecklat denna övning eller intervjuat barnen om det eftersom lärandeobjektet här var en upplevelse av urskiljning.



### Montessori pärlor

Som antyder namnet det är en Montessori övning i matematik. Visuellt, taktill och vackert material tilltalar barnets sinne. Övningen började med att bygga upp en pyramid. Höjdpunkten var att få ”guld” och som barnen sade: ”*de liknar godis*”. Det var ett barn som lade inte den vita och bruna staven. Att se harmoni och regelbundenhet är starkt fördel för detta material. Lektionens lärandeobjekt var att få en visuell uppfattning av tiokamraterna.



Variations teoris villkor om samtidighet, urskiljning och inre variation uppfylls på mycket naturligt sätt genom själva Montessori pärlor. Att rikta barnens uppmärksamhet och problematisera de frågorna som jag ville fokusera på var min uppgift. Jag valde fokus på 2 olika sätt av kombinationerna. Först i samband med guldstaven – för att uppmärksamma den tydliga kontrollen när pärlorna är bredvid. Jag använde uttryck som att para ihop och täcker upp, fast barnen kom på en egen variant:

*Sandra: "Om vi lägger den vita staven bredvid guld så att de nuddar varandra, hur mycket det blir kvar som är lediga?"*

*Gamma: "Ska de pussas?"*

*Sandra: "Ja, så kan man säga."*

*Flera barn skrattar nu och säger glatt att det blir tre."*

*Sandra: "Då tar vi den rosa och lägger bredvid."*



Sedan tog vi bort guldstavarna och räknade pärlorna och visade också med fingrarna. Fingertal fick jag ta in direkt under lektionens gång som nödlösning eftersom det var något enstaka barn som sade annat antal än vi hade räknat. Det blev en förstärkning av upplevelsen. Det sista momentet med två pyramider ger en annan bild av tiokamraterna.



Hur barnen upplevde det är svårt att säga, för mig är detta en tydlig symmetri där det ena antalet växer samtidigt som den andra minskar. Det ser man inte med siffrorna på tavlan som additionstabell. Dessutom det kommutativa lagen också kan ses här. Utifrån videoobservationens protokoll hur lätt och lydigt eleverna arbetade kan jag dra slutsatser att materialet var ledande och självkontrollerande. Vid min fråga om det var svårt barnen svarade – inte alls!

### 3.5 Uppföljningsintervju 3

Tabell 4. Resultat av intervju 3. Frågor och 2 exempel finns i bilaga 9.

intervju 3	skriva 5	gruppera 5	noll	ta 5 o 1 kr	räkna ihop	rita cirkel	Piagets exp
Alfa	kan	3 o 2	ingenting blir	kan	6	prick	lika
Beta	kan	domino	ingenting	kan	6	prick	lika

Gamma	kan	domino		kan	10	mitten	långa
Delta	kan	domino	inget siffra alls	kan		centrum	lika
Epsilon	kan	3 o 2		kan	10	cirkel	långa
Zeta	kan	i rad		kan	6	prick, centrum	långa
Eta							
Jota	kan	domino		kan	10	plupp	lika
Kappa	kan	domino		kan	10	femkrona	lika

Skriva siffra 5 har barnen utfört på pappret och alla kunde det enligt sekvensen – hals, mage, hatt. Den andra uppgiften gruppera 5 bestod av att ta ut 5 pärlor och lägga de ut på bordet. Att barnen väljer att lägga de som på domino bricka kan tolkas på två sätt – de försöker tillgodose min tidigare uppgift i klassrummet med ”subitizing” eller väljer att visa talets del. Och helhetsrelation. Frågan om noll svaren blev för spretiga och otydliga att jag bestämde att ta upp den som en övning vid nästa lektion. Alla barn kunde välja rätt mynt, dvs femkrona och enkrona. Vid frågan hur mycket kronor är det på bordet var det tre barn som svarade 6 som kan tolkas att de räknade myntstycken.

Frågan om cirkel ställde jag med 2 syften. Dels för att de ska rita med en enda linje och dels för att se att de såg centrum. Hjälpmedel fanns på bordet men de flesta barnen valde att rita med fritt hand. Bara Alfa ritade cirkel från två sidor. Ingen av barnen gjorde centrum själv, men de flesta kunde benämna det efter att jag hade satt en punkt där.

Intervjun innehåller också frågor om uteleken som jag redovisar i nästa underrubrik.

Piagets experiment om att konservera mängd är tänkt som tankeställare för mig själv. En redan bildad min tolkning om barnens olika matematiska kunskaper skulle här ges chans från barnens sida. Det barnet som i min uppfattning hade kommit längst i den formella matematiken svarade att den långa raden hade mer pärlor. Att inte bedöma barnen för snabbt blev en varning för mig.

### 3.6 Sista lektionen och resumé av andra pedagogiska aktiviteter.

#### Siffra noll byter värde/plats

Det nya lärandeobjektet är nollans funktioner beroende på dess plats. Upptäckten att russin har direkt belönande och eftersträvande effekt har format leken.

Steg 1 . För att koppla till tidigare undervisning börjar jag med att dela enkronorna igen. Efter liten repetition om *lika mycket* och *samma sak igen* har barnen fått fyra kronor var. Jag delar de i par och deras pengar skall också räknas ihop. Alla kommer till åtta kronor sammanlagt. *En krona till - till varje barn ger tio kronor per par.*

Steg 2. Vi växlar parvis och de får tiokrona för undersökning – hur en siffra tio ser ut. Jag skriver 10 och 01 och efterfrågar skillnad. Min problematisering – ”*Det är ju bara ett! Det är nollans plats som är så viktig. När 0 är före en siffra då betyder det ingenting. Om nollan är här då blir det genast tio.*” – hänger i lyften. Situationen är ganska rörigt och en del eleverna följer inte med i diskussionen.

Steg 3. Jag introducerar siffra 5 och 05 genom att skriva de på ett papper och kort säger om deras olika värde. Sedan går jag runt vid varje barn och de får

välja en siffra – sedan får de lika mycket russin. Russin är efterlängtade men så småningom märker barnen att de har ju fått samma antal.

Steg 4. På att A4 papper skriver jag nu flera siffror, indelade i rutor -

<b>0</b>	<b>1</b>
<b>01</b>	<b>2</b>
<b>02</b>	<b>5</b>
<b>10</b>	<b>00</b>

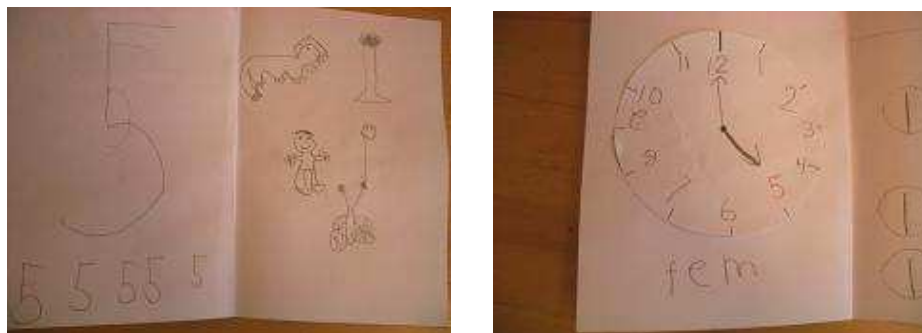
Barnen får välja en siffra utan att grannen ser och får lika mycket russin. Ett visst liv uppstår när Kappa säger att han valde en annan siffra vad han fick russin för och jag lova att förklara allt när alla är klara. Jota också blir missnöjd. Gamma förvånad, men tyst.

Steg 5. Jag lägger pappret på bordet och jag frågar på varje ruta vad de tror hur mycket russin skall jag lägga?

<b>handling</b>	<b>Att rikta uppmärksamhet</b>	<b>Att problematisera</b>	<b>Att fråga</b>	<b>Att svara</b>
Jag kommer att förklara varför det är så lurigt.		Jag lägger pappret på bordet – om det står noll hur mkt russin ska jag lägga här?		Noll.
	Ja, noll! Inga russin!!	Om det står – 1, hur många russin ska jag lägga här?		Ett!
Jag lägger ett russin där.		Om det står 01, hur mkt russin ska vara där?		Tio!
	Nej!	Det står inte tio, det står noll ett.		Ett!
	A, vad bra. Jag lägger 1 russin där.	Om det står 2?		två
Bra. Jag lägger 2 russin där.	Här!		Vad är det för siffra?	tio
	Och det här är en riktigt tio.	Då lägger jag här nu – 1,2,3,4,5,6,7,8,9, 10 russin		
		Och vad är det här? (02)		Två. 20? Två!
	Ja. Det är nollan som står före två. Det var Alfa, Eta o Jota som valde den här siffran.	Jag lägger 2 russin på 02.	Vad är det här? (05)	fem
Jag lägger 5 russin där.			Vad ska jag lägga här? 00	Noll – säger flera.
		Bra, därför att 000 är noll. Jag kunde skriva 0000000001.	Hur mkt russin blir det?	100, tusen 10 – mest Jota, resten är fundersamma
		Nej det blir detsamma ett.		

## Andra aktiviteter.

### Femmans bok.



En samlade och reflekterande övning. Lärandeobjektet var att samla på olika funktioner för 5 - symbol, antal, inre relation. Boken börjar med bild av barnets egen hand. Fem saker, klocka 5, femkronas delning ingick här. Boken är mycket enkelt och kunde utökas med mer klippning och friare arbetsramar. Skolans anda speglas i förskoleklassens klimat – att arbeta i en bok anses viktigt från barnens sida. Idén om boken har fått under utbildning i Gävle (Lisa Bilfalk) och anser att det är värdefull som egengjort matematisk material.

### Russinleken

Varje barn fick framför sig tio russin och sedan har jag gett uppgift att äta upp en eller två russin i taget. Ibland har jag också ätit upp något russin. Vid varje minskning har jag frågat - hur mycket russin finns det kvar? Det sista frågan varierades och jag har frågat efter att ta bort halva russin som tolkades av barnen på två sätt – antingen ta bort 3 russin från 6 eller som Zeta föreslog att halvera varje russin! Leken hade smakupplevelse, delningsmoment och underhållande fokus.

Tabell 5. Grafisk bild av russinleken.

russinleken	10-1=	steg 2	steg 3	steg 4
Alfa	9	9-2=8	7-2=5	
Beta	9	9-2=7	7-1=6	halvera =3
Gamma	9	9-1=8	8-2=6	6-2=4
Delta				
Epsilon	9	9-2=7	7-2=5	
Zeta	9	9-2=7	7-1=6	halvera=6/2
Eta	9	9-2=6	6-1=5	halvera=3
Jota	9	9-2=7...6	7-1=6	halvera =3
Kappa	9	9-2=7	7-2=6	

Genom denna lek inhämtade jag nytt material vad skulle uppföljas i min undervisning i nästa lektionstillfälle men tidsbrist har stoppad detta.

### Hjulkull.

Leken har jag hittat på nätet, se bilaga 9.

Leken anpassades till den utemiljön som jag hade tillgång till – skolans fotbollsplan. Tyvärr gruset var så hårt att dra med foten gav ganska svaga linjer att springa på. Att prova leken i snö säkert skulle passa bättre och ramlande skulle tillföra ännu mer skoj. Intervju 3 innehåller



frågor om leken hjulkull och faktiskt alla barn hade ett starkt minnebild hur viktigt det var att Sandra stod i mitten och håll i hopprepen och Lärare G gick runt med släpande fot för att få linje. Barnen hjälpte till på flera sätt. Först de gick runt efter G och drog sina fötter med. Sedan drog de också radiums raka linjer genom att hålla med handen i hopprepen mellan mig och den andra läraren. Orden navet, centrum och ekrar användes här.

### Finn fem fel

”Fin fem fel” var en annan uppgift som jag sparade för små lyckor i verksamheten. Att alla barn får samma uppgift gav en grund för samarbete. Jag uppmuntrade just hjälpa varandra och förklara för sin granne om någon fastnade med uppgiften. Fokus var inte att just hitta fem fel utan att föra ett matematiskt samtal.

### Mandalas av trianglar

Triangel mandalas hittade jag under Google → triangel → söka bilder. Först jag visade på tavlan vad menas med central symmetri begrepp. Barnen kunde välja mellan två varianter av mandalas. Färgläggning har utförts enligt central symmetri - att välja en färg och sedan dra med fingret genom centrum för att välja det rätta area att färglägga med samma färg. Zeta valde att färglägga i sekvens – det är fem färger som följer varandra på det yttersta mandalas område. Se bilaga 9.

## 3.7 Avslutningsintervju 4

Intervju omfattar reflektion om Montessori pärlor – barnen frågas att bygga upp en pyramid och jag följer när de börjar pekräkna. Se bilaga 11. Det erfarna lärandeobjektet skall efterfrågas under intervju.

Det är Beta som börjar med den längsta staven först. Zeta byggde upp pyramiden utan att räkna! Uppgifterna  $9+1$ ,  $8+2$ ,  $7+3$ ,  $6+4$  betyder att jag frågar att ta ut nio och ett och räkna de ihop. Det är bara några små enstaka fel som uppstår.



Tabell 6. Intervju 4 med en del av svar.

intervju 4	pyramid	$9+1=$	$8+2=$	$7+3=$	$6+4=$	siffr 10	siffr 01
Alfa	1,2,..10	10	10	10	10	10	1
Beta	10,9,8...1	10	10	10	10	10	10,...1
Gamma	1,2,...10	11	11	10	10	10	1
Delta							
Epsilon	1,2,...10	hm	10	11	10	1 , hm, 10	1
Zeta	1,2,...10	10	10	10	10	10	1
Eta	1,2,...10	10	9	10	10	10	1
Jota	saknar 8,9	10	21	8...5...7	10	10	10
Kappa	1,2,...10	10	10	10	10	10	1



Siffrorna 10 och 01 skriver jag framför barnet och frågar vad det är. Det är bara ett barn som svarar 10 på siffran 01. Jag bifogar Jotas intervju transkribering i bilaga. Under sista intervju jag frågade också att skriva siffrorna fem och tre geometriska figurer. Alla barn klarade detta.

### 3.8 Sammanfattning av resultat

Min Learning Study (se figur 4) har gett mig ett verktyg för att planera undervisning med fokus på bestämda saker. Den cykliska arbetsgången har tvingat mig att stanna upp och reflektera om jag fortfarande håller fokus. Att hålla balans mellan alltför diffus och strikt planerad undervisning har varit svårt. Ibland har jag hållit för hårt till min planering, ibland har jag följt barnen och dagens omständigheter utan att anstränga och göra det nödvändiga av situationen – fokusera på några enstaka saker.

Som ett svar på min första forskningsfråga hur jag tillämpar variationsteori i matematikundervisningen har jag beskrivit noga i resultatdelen hur jag har gått tillväga och hur min planerade och tänkta lärandeobjekt har utförts. Intervjuerna bevisar hur jag samlade in svar på det erfarna lärandeobjektet och förklaring varför en viss spretighet uppstod. Den cykliska arbetsutvärderingen var möjligt till stor del just på de utdragna undervisningstillfällena. En veckas tid emellan utnyttjades för att bearbeta insamlade data och förbereda en ny planering.

Att finna kritiska aspekter för varje fenomen som ska läras är en process. Min uppfattning att t ex cirkelns främsta egenskap är oavbruten linje runt centrum visades sig inte tillämpningsbart direkt. Utifrån mina resultat – videofilmning, intervjuer – förekommer det att den sensuella upplevelsen var primär. Efter 3 veckors spridda lektioner är det fortfarande uppfattning hos barnen att cirkel kan ritas med fritt hand och utan centrum. Uteleken har lämnat djupare spår än jag kunde förutspå – alla barn hade en tydlig bild av mig i stående med hoppprep i mitten och den andra lärare dragande runt.

Siffrorna fem som symbol och tecknet skrivs rätt av alla barn. Jag kan försiktigt anta att mitt upplägg av olika erfandena av femman har varit korrekt. Hur mycket av detta resultat är verkligen min och hur mycket har klassläraren också främjat inläring är svårt att säga. Min viktigaste lärdom utifrån videoprotokollerna är att flera gånger har jag missat följa upp viktiga förslag från eleverna som skulle leda till viktig matematisk diskussion. Jag väljer att inte lägga upp de pinsamma felen i mitt examensarbete utan lämna kvar i insamlade data.

Andra forskningsfrågor besvaras i beskrivning vid olika pedagogiska aktiviteter när jag redovisar det avsedda lärandeobjektet för varje lektion och hur jag har utfört detta. Just denna barngrupp visade en viktig hållpunkt – växla med pengar som fångade upp alla barn och undervisningssituationen upplevdes som meningsfull och inlärningsrikt. Det följande intervju bekräftar att alla barn kunde välja och växla rätt mynt. Att växla mellan talets olika funktioner för att just visa denna variation bekräftas i *nollans lek*. Urskiljning av en funktion – den symboliska visas i lektionen – *leta efter fem*. variation inom samma objekt – cirkel – finns t ex i lektionen om *påläggbara cirklar* och *jämföra cirklar*. Laborativt material har betydelse och *Montessori pärlor* visar detta med självriktad och självledande funktion för att först uppleva 10-kamraterna visuellt och sedan som del- och helhetsrelation. En blandning av generalisering, separation och fusion blir uppenbarad här.

Som kompetensutvecklingsverktyg har Learning Study hjälpt mig mycket. Det fattas en fortsatt diskussion om samma innehåll med en annan lärare och nu under arbetets slutfas det skulle ge en mer objektiv syn på min egen reflektion. Jag redovisar mer det teoretiska fördel av Learning Study under diskussionsdel.

Tabell 7. Sammanfattning av några intervjuresultat.

	rita en cirkel	benämna centrum	symbol 5	gruppera 5	Andra gruppering av 5	Ta 5krona och 1krona	5kr+1kr	10 kamrater med plus	10 kamrater med minus	Nollans plats
Alfa	kan	prick	kan		3 o 2	kan	6	kan	delvis	kan
Beta	kan	prick	kan	domino	domino	kan	6	kan	kan	kan
Gamma	kan	mitten	kan	domino	domino	kan	10	kan	kan	kan
Delta	kan	centrum	kan	1 o 1 o 1 o 2	domino	kan				kan
Epsilon	kan	cirkel	kan	4 o 1, 3 o 2	3 o 2	kan	10	kan	kan	kan
Zeta	kan	prick, centrum	kan	domino	i rad	kan	6	kan		kan
Eta	kan			4 o 1				kan	kan	kan
Jota	kan	plupp	kan	domino	domino	kan	10	delvis	delvis	inte
Kappa	kan	femkrona	kan	3 o 1, domino	domino	kan	10	kan	delvis	kan

En enkel jämförelse med förintervju visar att alla barn kan skriva siffra fem och har klart vad betyder gruppera talet fem. Tabellen innehåller två tillfällen med *gruppering*. Domino betyder att gruppering ser ut som på domino bricka, andra beteckning visar fingertal eller placering av pärlor. Att dra slutsatser att barnen har lärt sig värde av femkrona och enkrona skulle vore för hastigt, däremot nästa spalt visar vad kan utvecklas vidare eftersom halva av eleverna behärskar pengarnas värde.

10 kamrater med plus är utförda med Montessori pärlor och överskådlighet i detta material visar att barnen hade förstått mina frågor. 10 kamrater med minus är från *russinleken* och använder bara ”ta bort” principen.

Nollans plats visar barnens svar på frågan 01 och 10. Här tror jag att barnens förståelse har byggts genom *nollans lek* och *siffra 0 byter värde/plats*.

## 4 DISKUSSION

### 4.1 Sammanfattning

Jag väljer att göra en teoretisk sammanfattning av min Learning Study och beskriva de olika influenser som har påverkat min nuvarande bedömning av eget arbete.

Det är svårt att granska sin egen praktik. Lärandets komplexitet enligt Löwing (2004) består av innehållet och målet som kommuniceras genom matematiskt språk. Det är riktat mot eleverna och känslighet ligger just i den anpassning till vad som förmedlas i den aktuella lärmiljön.

”Ett annat problem med sådan forskning, där läraren själv studerar sin praktik, kan vara svårt att se något som man inte själv är medveten om. Enligt Menons paradox om lärande (Marton, 2000) måste man få hjälp med att bli medveten om vad som finns att se” (Ibid., s 32).

I mitt undervisningsförsök använde jag Learning Study både som planerings och utvärderingsverktyg och som kompetensutvecklings instrument. Som jag redan antyder i kapitel 3.8 blir min Learning Study för ensidig – det fattas ett kompletterande och ifrågasättande samspel från annan lärare.

Det går att mekaniskt mäta vad barnen kan t ex skriva siffran fem eller inte, mitt syfte var att som lärare börja se och skilja på lärandets akt och lärandeobjekt. Enligt Pramling och Carlsson (2003) lärandets objekt är den förmåga eller kunnande som barnet skall utveckla. Deras tolkning skiljer sig från Marton och Booth (2000) som ser lärandeobjektet som det avsedda lärande objektet och det iscensatta lärandeobjektet. Forskare som Vikström (2005), Thulin (2006) och Björklund (2007) använder Martons beskrivna kategori av lärandeobjektet.

Jag har valt att välja tolkning av hierarkiskt uppbyggd lärande rum och Martons beskrivna lärandeobjekt kategorier. från boken *Om lärande* (Marton & Booth, 2000).

I resultatdelen använder jag begreppen det avsedda, det iscensatta och det erfarna lärandeobjektet för att fokusera på undervisningsmålet. Lärandets akt som har filmats analyserar jag med hjälp av Thulins (2006) kategorier – att rikta uppmärksamhet, att problematisera, att svara på frågor och att uppmana till handling. Det sista har jag utökat till att ställa frågor och att uppmana till handling. Kategori – att svara på frågor – jag ser också som handling ifrån barnens sida eftersom deras svar ofta blir en praktiskt inriktad lösning och inte verbalt redogörelse.

Däremot anser jag att Pramlings utvecklingspedagogik som utgår från fenomenografin och beskrivs av Claesson (2007) är en direkt metodik med hur-aspekten och lärandets akt i fokus. Jag har använt den i min Learning Study som ett praktiskt stöd för att alla aspekterna (se 1.2.2) är viktiga. Som jag redan har beskrivit i resultatdelen kan undervisningssituationen skilja från dag till dag fast man arbetar med samma lärandeobjekt i samma barngrupp. Kännedom om att barnen erfar saker olika har varit det viktigaste som jag har lärt från min Learning Study.

Att urskilja de kritiska aspekter som kännetecknen för varje erfärande har jag försökt hitta stöd hos Runesson (2005) och Wikström (2005). Variation, samtidighet och urskiljningen har format min planering inför varje ny lektion. Ibland har jag lyft fram just variationsaspekten som att hitta olika former av symbolen 5, fast de andra – samtidighet och urskiljning har varit i bakgrunden. Enligt variationsteori lärande blir möjligt om kritiska aspekter uppfylls. Några oväntade urskiljningsaspekter syns i uteleken hjulkull. Vid intervjuerna visar sig att barnens minnen från själva utförande av stora cirkel på fotbollsplanen har lämnat tydliga erfarenheter och en förståelse hur en cirkel bildas. Att det är just en primär förståelse bevisas med sista intervju där eleverna ritar cirkel med fritt hand och nämner centrum bara vid följdfråga. En utökning av djupare förståelse saknas här.

För att kontrollera mig själv om mina uppfattningar om barnens lärande stämmer, har jag analyserat resultat med variationsmönster som beskrivs av Marton (2005) som generalisering, separation, kontrast och fusion. Den planeringen i enlighet med variationsmönster beskrivs närmare i 2.4.

En stor fördel för mig var att använda Montessori materialet som är redan genomtänkt metodologiskt material och samtidigt fokusera på barnens gemensamma lärande under min styrning. Som en redan arbetande Montessori pedagog kan jag glädjas åt att mitt tidigare yrkeskunnande kunde användas så väl med en ny teori. Att fokusera på olika förmågor som barnen skall uppnå i förskoleverksamhet har varit ett vanligt kännetecken inom Montessori. Det nya enligt min mening är att urskilja olika lärande innehåll och fokusera i enlighet med variationsmönster. På så sätt har Learning Study gett en verkligen enastående effektivisering.

## 4.2 Tillförlitlighet

Resultatdelen som jag redovisar i kapitel 3 visar mer av lärandets akt. Jag utgår från min Learning Study och visar hur jag har gått tillväga för att samla alla resultat och vilka nya lärandeobjekt har jag valt inför nya lektioner. För att visa det erfarna lärandeobjektet använder jag korta citat från transkribering av intervjuerna eller videoprotokollerna. Det som jag har planerat och utfört syns som det iscensatta lärandeobjektet och syns på videofilmerna. Som en läsare av mitt arbete är Du tvungen att lita på min tolkning och bearbetning av rådata. Det finns möjlighet att en annan person skulle utföra undervisning på annat sätt, men det är fenomenografins styrka – jag lärde mig utifrån det erfara som jag upplevde under min Learning Study. Fokus ligger på min egen lärande och inte på barnens lärande. Med för- och efterintervjuer har jag försökt visa om jag har lyckats med det tänkta – det avsedda lärandeobjektet.

Urvalet av barngruppen är ett undantag. De flesta skolorna jobbar i mycket större grupper och att jag hittade just en sådan homogen liten grupp är förtjänst för att prova nya saker. Man kan se det som ett experimentellt försök.

Frågorna i intervjuerna är delvis berättigade, ibland var det min egen nyfikenhet för att ta reda på barnens andra matematiska kunskaper som jag var ute efter. Intervjuernas medellängd är 5-10 minuter och det är en skaplig gräns för att barnen orkar vara fokuserade. Vissa misslyckanden om tid, rum och rutiner har jag beskrivit i resultatdelen vid varje intervjuenskildring.

Mer utförlig beskrivning av urval, intervjuer, videofilmning och begränsningar i min Learning Study finns under kapitel 2.

## 4.3 Teoretisk tolkning

Undervisningsförsöket genomfördes med en förenklad version av Learning Study och det har varit utmanande att tillämpa det. Att systematiskt filma sin egen undervisning och utifrån detta planera en ny lektion kan ses som ett konkret försök att skapa trovärdighet på detta arbete som jag har utfört. Nackdelen har varit val av att tillämpa Learning Study ensam utan en referensgrupp.

Att Learning Study har varit också den rätta metoden att tillämpa kan jag bekräfta från min egen uppfattning och erfara mellan tidigare erfarenheter. Montessori metod är observationsbetonad och med motto "följa barnet" saknar perspektiv på lärarens lärande. Inom det allmänna pedagogiken har individfokuserad och eleven-i-centrum lärande har fått en till perspektiv – objektlärande.

Learning Study ger det mest kompletta och tillgängliga verktyg i händerna på lärarna själva i enlighet med Marton (2005) som ser tre viktiga betydelser av Learning Study:

1. Lärare kan möjliggöra lärande för eleverna så att de kan lära sig.
2. Lärarna lär sig från aktuell forskning, från varandra, från eleverna och från själva studien.
3. Forskarna lär sig hur teorin fungerar (Ibid., s 107).

Jag hoppas att för den person som orkar läsa mitt arbete blir intrycket positiv och kunskapsberikande. För mig har fenomenografins grundfrågor om hur lärande görs möjligt öppnat ett vidare utvecklingsfält – vad måste jag veta för att eleverna skall lära sig och vad är den nödvändiga för att fokusera på lärandeobjektet?

## REFERENSER

- Ahlberg, Ann (2000). Att se utvecklingsmöjligheter i barns lärande i *Matematik från början*. Wallby, K & Emanuelsson, G (red) Göteborg: NMC, Göteborgs Universitet.
- Björklund Boistrup, Lisa (2006). Hur upptäcker vi kunskap som barn visar? i *Matematik i förskolan*. Emanuelsson, Göran & Doverborg, Elisabet (red.) Göteborg: NCM/Nämnnaren, Göteborgs universitet
- Björklund, Camilla (2007). *Hållpunkter för lärande: småbarns möten med matematik*. Diss. Åbo: Univ., 2007
- Stensmo, Christer (2007). *Pedagogisk filosofi. 2.*, [rev.] uppl. Lund: Studentlitteratur
- Bjørndal, Cato R. P. (2005). *Det värderande ögat: observation, utvärdering och utveckling i undervisning och handledning. 1.* uppl. Stockholm: Liber
- Claesson, Silwa (2007). *Spår av teorier i praktiken: några skolexempel. 2.*, [utökade] uppl. Lund: Studentlitteratur
- Doverborg, Elisabet (2006). Lärare lär i *Matematik i förskolan*. Emanuelsson, Göran & Doverborg, Elisabet (red.) Göteborg: NCM/Nämnnaren, Göteborgs universitet
- Doverborg, Elisabet & Emanuelsson, Göran (2006). *Små barns matematik: erfarenheter från ett pilotprojekt med barn 1 - 5 år och deras lärare*. Göteborg: NCM, Göteborgs universitet
- Doverborg, Elisabet & Pramling Samuelsson, Ingrid (2006). Ska inte barn märka att de lär sig matematik? i *Matematik i förskolan*. Emanuelsson, Göran & Doverborg, Elisabet (red.) Göteborg: NCM/Nämnnaren, Göteborgs universitet
- Doverborg, Elisabet & Pramling Samuelsson, Ingrid (2001). *Förskolebarn i matematikens värld*. Stockholm: Liber
- Doverborg, Elisabet & Pramling Samuelsson, Ingrid (2000). *Att förstå barns tankar: metodik för barnintervjuer. 3.*, [omarb.] uppl. Stockholm: Liber
- Heikkilä, Mia & Sahlström, Fritjof (2003). *Om användning av videoinspelning i fältarbete*. Pedagogisk forskning i Sverige, 1-2, 24-41.
- Johansson, B., & Svedner, PO. (2001) *Examensarbetet i lärarutbildningen: Undersökningsmetoder och språklig utformning*. Uppsala: Kunskapsföretaget
- Johansson, Eva (2008). *Förskolebarnens lärande om begreppet dubbelt så många - en studie enligt den variationsteoretiska modellen*, d-uppsats.  
<http://www.sandviken.se/kommun/forvaltningar/kunskapsforvaltningen/magisteruppsatser.4.7117007d11681de2d17800015542.html>, nerladdad den 1 november 2009.
- Lindahl, M., & Pramling Samuelsson, I. (2002). Imitation and Variation: reflections on toddlers' strategies for learning. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 46(1), 25-45.  
<http://search.ebscohost.com.webproxy.student.hig.se:2048>, doi: 10.1080/00313830120115598

Lingren, Anne-Li & Sparrman, Anna (2003). *Om att bli dokumenterad*. Pedagogisk forskning i Sverige, 1-2, 58-69.

Löwing, Madeleine (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning: en studie av kommunikationen lärare - elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. Diss. Göteborg: Univ., 2004

Malmer, Gudrun (1990). *Kreativ matematik*. Solna: Ekelund

Marton, Ference & Booth, Shirley (2000). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur

Marton, Ference (2005). Om praxisnära grundforskning i *Forskning av denna världen II - om teorins roll i praxisnära forskning*, Vetenskapsrådets rapportserie. (2005 nr 4) s 105-122.

Olsson, Ingrid (2000). Att skapa möjligheter att förstå i *Matematik från början*. Wallby, K & Emanuelsson, G (red) Göteborg: NMC, Göteborgs Universitet.

Olsson, Staffan (2001). *Sekretess och anmälningsplikt i förskola och skola: vägar för samverkan med hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur

Pramling Samuelsson, Ingrid & Asplund Carlsson, Maj (2003). *Det lekande lärande barnet: i en utvecklingspedagogisk teori*. 1. uppl. Stockholm: Liber

Riesbeck, Eva (2008). *På tal om matematik: matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen*. Diss. Linköping: Linköpings Universitet, 2008.

Runesson, Ulla (2006). What is it Possible to Learn? On Variation as a Necessary Condition for Learning. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 50(4), 397-410.  
<http://search.ebscohost.com.webproxy.student.hig.se:2048>, doi:10.1080/00313830600823753

Runesson, Ulla (2005). Beyond discourse and interaction. Variation: a critical aspect for teaching and learning mathematics. *Cambridge Journal of Education*, 35(1), 69-87.  
<http://search.ebscohost.com.webproxy.student.hig.se:2048>, doi: 10.1080/0305764042000332506

Runesson, Ulla (1999). *Variationens pedagogik: skilda sätt att behandla ett matematiskt innehåll = [The pedagogy of variation]: [different ways of handling mathematical topic]*. Diss. Göteborg: Univ.

Skolverket. (2006). *Lpfö 98, läroplan för förskolan*. Stockholm: Skolverket och CE Fritzes AB.

Stensmo, Christer (2007). *Pedagogisk filosofi*. 2., [rev.] uppl. Lund: Studentlitteratur

Sterner, Görel (2000). Matematik och språk i *Matematik från början*. Wallby, K & Emanuelsson, G (red) Göteborg: NMC, Göteborgs Universitet.

Strandberg, Leif (2006). *Vygotskij i praktiken: bland plugghästar och fusklappar*. Stockholm: Norstedts akademiska förlag

Säljö, Roger (2000). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Nordstedts Akademiska Förlag

Thulin, Susanne (2006). *Vad händer med lärandets objekt?: en studie av hur lärare och barn i förskolan kommunicerar naturvetenskapliga fenomen*. Lic-avh. Växjö: Växjö universitet, 2006

Vetenskapsrådets rapportserie. (2005 nr 4). *Forskning av denna världen 11- om teorins roll i praxisnära forskning*. [www.vr.se/download/18.../Praxis2005\\_4.pdf](http://www.vr.se/download/18.../Praxis2005_4.pdf)

Vikström, Anna (2005). *Ett frö för lärande: en variationsteoretisk studie av undervisning och lärande i grundskolans biologi*. Diss. Luleå: Luleå tekniska univ., 2005. Tillgänglig på Internet: <http://epubl.ltu.se/1402-1544/2005/14/>

### Hemsidor:

Forskningsetiska rådet - <http://www.codex.uu.se/>

Göteborgs universitets hemsida för institutionen för pedagogik och didaktik - <http://www.ipd.gu.se/forskning/forskningsmiljoer/fenomenografi/problemomrade>

Personuppgiftslagen - <http://www.datainspektionen.se/lagar-och-regler/personuppgiftslagen/>

### Andrahands källor:

Gren, Jenny (2001). *Etik i pedagogens vardagsarbete*. 2. uppl. Stockholm: Liber

Krokmark, Tomas (1987). *Fenomenografisk didaktik*. Diss. Göteborg : Univ.

Marton, Ference (1992). På spaning efter medvetandets pedagogik. *Forskning om utbildning. Tidskrift för analys och debatt*, (4), 28–40.

Marton, F. Runesson, U. & Tsui, A. (2004). The Space of Learning. F. Marton & A. Tsui (Ed.) *Classroom Discourse and the Space of Learning*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associate Publishers

Marton, F., Wen, Q. & Wong, K. C. (2005). 'Read a hundred times and the meaning will appear...' Changes in Chinese university students' views of the temporal structure of learning. *Higher Education*, (49), 291–318.

Niss, Mogens (red.) (2001). *Matematikken og verden*. København: Fremad

Säljö, Roger (2005). *Lärande och kulturella redskap: om lärprocesser och det kollektiva minnet*. Stockholm: Norstedts akademiska förlag

Vygotskij, Lev Semenovič (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass.: Harvard U.P.

## BILAGOR

### Bilaga 1- brev till föräldrar

Hej!

Jag heter Sandra Azena och jag läser min sista termin på Högskolan i Gävle (distans) . Som blivande förskolelärare med inriktning naturvetenskap-teknik-matematik skall jag göra ett examensarbete på C-nivå. Jag vill skriva om matematikinlärning i förskoleklassen.

Denna studie behöver flera olika inhämtningskällor – som observationer, intervjuer, fotografering och filmning.

För all dokumentation av barnen krävs det föräldrarnas tillåtelse, därför skulle jag vara mycket tacksam om ni vill fylla i nedanstående talong och lämna in till min handledare XX eller mig personligen.

Eventuella foton kommer endast användas i mitt examensarbete och jag garanterar att barnens ansikte inte kommer att synas på bild. Förskolans namn och barnens namn kommer inte att nämnas i min uppsats.

Tack på förhand och med vänliga hälsningar

Sandra Azena

e-mail adress xxxxxx

Telefonnummer xxxxxxxx

Barnets namn: \_\_\_\_\_

Jag tillåter att mitt barn deltar i studien:

Jag tillåter inte att mitt barn deltar i studien:

Målsmans underskrift: \_\_\_\_\_

Datum \_\_\_\_\_



## Bilaga 2 – intervju 1 och 2 exempel

**Förintervju 1**

1. Vad heter du?
2. Hur gammal är du?
3. Gillar du att gå i skolan?
4. Vad tycker du mest om?
5. Vad är litet?
6. Vad är stort?
7. Vad är ett experiment?
8. Vad är matematik?
9. Vad gör man i matematik?
10. Var finns matematik?
11. Känner du igen (jag ritar en cirkel)?
12. Känner du igen (jag ritar en kvadrat)?
13. Känner du igen (jag ritar en triangel)?
14. Vad är det här (jag skriver siffra 5)?

**Gamma**

fråga	Svar/handling	följdfråga
1	sex	Sex år
2	Hm, nickar	
3	leka	Leka vilka lekar?
	häst	Aha, du menar med E?
	ja	Vilka saker du gillar att göra inne?
	Leka med playmobil och den med hästar	A, den där.
4	myra	jaa
5	träd	Ja. Myra och träd, det ena är liten och den andra är stort
6.	Blåste ballongerna. Det gillade jag.	Jaha. Och sedan hade vi den med flaskan
	Ja. Jag tyckte mest om vulkanen.	Aha, det var det häftigaste. Vad är ett exp? vad ville jag visa er? Jag frågade ju alltid vad skulle hända.
7	Jag vet inte	Men har du inte gjort lite matematik? räknat, skrivit siffror?
	Skakar på huvudet vid varje fråga	aha
10	O (Uttalar ljudet "U")	
11	triangel	
12	fyrkant	
13	En femma	Vad är en femma?
	En siffra	Har du sett en likadan siffra någonstans?
	På klockan	Ja. Någonstans mer?
	(Tänker)vet inte, nej, nu vet jag – en femöring	Jaa, sådana pengar också finns. Tack.

**Kappa**

fråga	Svar/handling	följdfråga
1	Sex	sex år
2	hm	
3	Gunga och klättra i träd	Vilka saker du gillar att göra inne på skolan?
	Bygga med klossar	hm
4 o 5	hm	Vad tänker du på?
	Jag vet inte	Kan du säga några saker där det ena är stor och den andra liten?
	Ett träd	Är?
	stor	Och då blir..
	Gruskorn är små	Ja, helt rätt
6	hm	Vad gör man när man gör exp?
	Man tar olika saker och doppar in i vatten	ja
	Sedan man kan fånga luft och knyta och sedan kan man inte knyta och då den pruttar i väg	Ja!!!
7	mmm	Att man räknar skriver siffror. Har du hört det ordet förut?
	nja	
12	En triangel	
10	cirkel	
11	mm	Gissa bara
	Jag vet inte	Jag tror att det är en rektangel
13	En femma	Vad är en femma?
	Man kan räkna till fem.	Kan du räkna till 5?
	Ja, jag kan räkna till tusen.	Nu vill jag att du räknar bara till 5.
	Snabbt – 1,2,3,4,5	Bra. Har du sett sådan siffra också någon annanstans?
	ja	Var?
	På cirkus	Vad gjorde femman på cirkus?
	Det hoppade runt. (ler) och det var bara en människa som var inuti en.	Oj, vad bra. Har du en femma också hemma?
	hm	Var?
	I ett skåp i mammas och pappas rum.	Aha. På vilket sak?
	På en garderob.	Tack för dina svar.

## Bilaga 3 – Nollans lek

## Nollans lek - 19 minuter

Handling →	Att rikta uppmärksamhet→	Att problematisera→	Att ställa frågor→	Att svara på frågor – verbalt o handling →
	Nu skriver jag en sak			Femman!- flera barn
	Och jag skriver en annan sak			Nolla – flera barn
	Nu lägger jag de så här			Fem och nolla
			Hur visar jag att jag har fem?	Jag vet
			Använder man fingrarna?	Ja, så här
			Kan man visa på annat sätt?	
Jag visar hela handflatan				Gamma – man kan visa så här
	Högre upp?		Kan man använda annan hand också?	Gamma sträcker upp den andra handen istället. Delta med o en till
		Ok ni tolkade det så här.	Hur visar man fem med både händerna?	De stäcker upp både händerna högt upp i luften.
	aha			Eta – det blir tio
	Ja det är sant.	Om ni inte använder alla fingrar på samma hand kan ni visa mig fem fingra ändå?		Delta – neeej.
		Går inte?		Skakar på huvuden – det blir tio.
Lyfter upp min hand	Vi tar bort tummen	Hur mkt fingrar har jag upp nu?		fyra
Lyfter upp min andra hand			Kan jag använda min andra hand fast utan alla fingrar?	Nej, går inte....jag vet inte hur mkt det blir
		Men inte hela handen, jag vill hela tiden bara 5 fingrar		
	Ja men titta på Delta hon gjorde det 4 fingrar på ena handen och tumme på den andra.	Jag visar samma sak som Delta och säger 4 på ena handen och 1 på andra. Paus.		Det blir fem
	Ja blir fem igen!			Skrattar.
Nu tar jag bort femman.			Hur kan man visa att man har noll?	Gömmar händerna. Visar nävar, tecken 0, säger – inget alls. Lite skratt. Alla använder både händerna.
Jag skriver siffror på lappar och delar till varje barn samtidigt säger vilka siffra de får att rulla ihop	Jag har en lek som kallas för nollans lek. Jag skriver och ni kan hjälpa rulla ihop. Börja här så att siffran göms.			Barnen med glada miner rullar och småpratar emellan. Ä, vilket litet rulle.
		Rulla på samma sätt som en matta i hallen		Men tänk om det går snett?

		att båda kanterna går jämt.		
				Barnen början spontan prata om sin ålder.
Jag hämtar en leksaks kastrull och alla lägger sina rullar i.				Jag fick en åtta. Min blev bara dålig. (rulle) de ser ut som pankakor som kar blivit rullade
	Vi kokar lite. jag skakar och rör med fingret för att de ska blandas väl.			
Jag fördelar varsin skål med glaspärlor på varje bord	Nu tar ni en rulle var, men öppna inte nu. Det är en hemlighet som ni håller i handen.			
Nu kan ni öppna men så att inte grannen ser, håll den nära ögonen.				Alla är mkt försiktiga, hemliga och spända.
<b>Handling →</b>	<b>Att rikta uppmärksamhet→</b>	<b>Att problematisera→</b>	<b>Att ställa frågor→ Ge uppgift →</b>	<b>Att svara på frågor – verbalt o handling →</b>
			Nu kan ni vika den o ta så mkt pärlor vilket siffra ni har. Säg inte vilken siffra ni har!	Mkt pysslande och arbete!
			Har alla tagit pärlorna?	Hm, ja
Då börjar vi med kontrollräkning från vänster sida. Eta – vilken siffra har du?				åtta
		Är detta en åtta?		Hm, jja
			Kan du räkna dina pärlor och att vi ser dem?	1,2,3,4,5,6,7,8
Bra, tack. Vi går till nästa. Beta.				Hon öppnar sin lapp. Gamma – jag kan inte se! Alfa – noll. Beta – det är noll.
		Kunde du ta någon pärla?		nej
Tack. Alfa. Vilken siffra har du?				sex
			Kan du räkna dina pärlor så att vi alla hör?	1,2,3,4,5,6
Tack. Gamma, din tur.			Först du visar din siffra	Räknar 1,2,3,4 4 har jag
			Kan vi se din siffra?	Det är fyra!
Bra. Nu är det Delta. Visa din siffra först.				Det är tre.
Bra. Lägg ut dina pärlor.				Det är tre
Bra, Jota, din tur.			Vilken siffra har du?	två
			Kan du lägga ut sina två	

			pärlor?	
Nästa, Eta.			Kan du visa din siffra? Vad är det?	ett
			Hur mkt pärlor har du?	en
Bra, Epsilons tur nu.			Vilken siffra har du, visa för andra	
			Ser ni?	Ja en sju.
			Räkna dina pärlor	1,2,3,4,5,6,7
	Var ni med när Epsilon räknade?			mumlande
Och nu Zeta			Vad hade du?	en
Vill ni prova leken igen?	Vill någon prova hur är det att få en nolla?			jaaa
<b>Handling →</b>	<b>Att rikta uppmärksamhet→</b>	<b>Att problematisera→</b>	<b>Att ställa frågor→ ge uppgift</b>	<b>Att svara på frågor – verbalt o handling →</b>
			Ok, vi rullar ihop och gör en nätt rulle.	
Nu wocar jag			Lägg alla era pärlor i skålen, nej inte ta ut pärlor innan ni får lapparna	
Jag börjar går runt med wokpannan		Undrar vad ni tänker när ni tar lapparna, vill ni ha nolla eller det största siffran 8? Eller 1?		Jag vill ha 7. Jag 1
			Gillar du sju?	
Nu kan ni öppna! Och visa inte för granne?				Gamma - Vilken granne? Svar – det som sitter bredvid dig är din granne. Aha.
	Nu kan ni ta pärlorna!			Hi-hi, jag har nollan!
	Nu kör vi. Är alla färdiga?			Ja, ja – många svarar.
Vi börjar med Gamma.	Visa för alla	Vad är det?		sex
Och du har gjort –oj! Jag tar kameran	Och du har gjort.....			1,2,3,4,5,6
Och din Delta, vilken siffra fick du?		Samma som förut?		Nej, först jag fick 3 och nu 4 av dig.
		Vi lyssnar hur Delta räknar		1,2,3,4.
Din tur Jota.	Visa din siffra, ser ni det?			Jaaa, två.
		Och då antal pärlor är två.		
	Vi lyssnar på Eta nu!		Visa din siffra.	ingen
		Ja, det är en siffra! Det är ju noll.	Hur mkt pärlor kan du ta?	Inget.
	Epsilon, vilken siffra har du?		Visa för andra	ett
			Hur mkt pärlor kan du ta?	En.
Och Zeta?			Vilken siffra har du?	fem
	Oj, vilken bra siffra! Och pärlorna har du lagt ut. Bra.			
Kappa?	Vilken siffra har du? Killar, lyssna nu hur Kappa räknar.			1,2,3,4,5,6,7,8. Samtidigt det är andra

				som räknar om sina pärlor.
Och vilken siffra har du Beta?				sju
			Kan du räkna dina pärlor?	1,2,3,4,5,6,7.
	Du hade en vacker kombination – jag fotar.			
Och nu Alfa.	Snälla ett litet tålamod innan vi gör något annat, vi tittar på Alfas siffra.			tre
			Hur många pärlor blir det?	1,2,3.
		Alla siffror läggs i wokpannan och alla pärlor i skålarna.		Jag ser nollan i skålen!!
		Vi gjorde leken enkelt man kan också göra andra saker som att hoppa så många gånger vilket siffra man får.		

## Bilaga 4 – leta efter symbol 5

## Leta efter 5

Rikta uppmärksamhet	Problematisera – ge uppgift	Svara på frågor, handling
Ser ni siffran fem på pappret på bordet?		hm
	Nu går ni runt i rummet och leta efter en just sådan siffra och visa mig.	Jag blundar. Behövs inte då ser du ingenting. Men jag vill blunda, det ska bli lite svårt.(Eta)
Ser ni vad Zeta har hittat?		nej
Kom och titta, det finns en sifferklänning.	Är det siffran fem? du har tagit fem saker.	Gamma hittade 5 på klockan
	Har du också hittat fem saker, men jag vill se just siffran 5.	
Jota – vilken underbar femma!	Ser den ut som femma?	Nej, Eta visade saxen.
		Här, här finns en!
Var! Där på skåpet! Stå stilla jag kommer med kameran, vilken bra femma!	Var ör fem? Jota kommer med en spel – han visar exakt.	Alla barn är mkt upptagna, snurrar runt i rummet, letar intensivt, öppnar lådor, spel.
		Sandra, här!
På dator finns en femma? Bra jag fotar.	Den här femma har vi redan tagit.	
	På kalender. En blå femma.	Titta jag har tittat!
Oj, Jesus, nu är det massor av femmor!	Vi letar efter en siffra som är fem, en tecken, symbol.	Jag letar här.
	5 år, en lek från 5 år.	Vi måste hitta någon mer femma!
	Det blir fel om jag fotar den. Den är upp och ner.	Haha.
	Tack en symbol fem till.	Ni ska inte ta 5 saker, just nu vill jag bara en siffra fem – barnen ör vid lärarbordet.
		Får jag rita en femma? - ja
		Kappa tittar framåt i kalender – en femma! En till! Jag hittar!
	Tack, just den här femma jag har men inte de andra i kalender.	Jag fotar femmorna på tavlan.



## Bilaga 5 – ramsor, sånger

**Fem små kycklingar** gick på promenad.  
En tog sällskap med en myra. Kvar blev bara fyra.

Fyra små kycklingar gick på promenad.  
En gick hem och koka te. Kvar blev bara tre.

Tre små kycklingar gick på promenad.  
En fick ont i en tå. Kvar blev bara två.

Två små kycklingar gick på promenad.  
En slog sig på sitt ben. Kvar blev bara en.

Den ensamma kycklingen skyndar sig nu hem.  
Där finner han de andra och så är de åter fem.

**Fem små fåglar** satt på en gren.  
En flög iväg. Sen var det bara 1-2-3-4 fåglar kvar.

Fyra små fåglar satt på en gren.  
En flög iväg. Sen var det bara 1-2-3 fåglar kvar.

Tre små fåglar satt på en gren.  
En flög iväg. Sen var det bara 1-2- fåglar kvar.

Två små fåglar satt på en gren.  
En flög iväg. Sen var det bara 1 fågel kvar.

En fin fågel satt på en gren.  
En flög iväg. Sen var det bara grenen kvar.

**Fem små apor hoppade i sängen.**  
En ramla ner och slog sitt lilla huvud.  
Mamma ringde doktor, doktorn svara:  
Inga små apor i sängen får vara.

Fyra små apor .....



## Bilaga 6 – gruppera 5, bilder och protokoll från video



## Gruppera 5

Handling →	Att rikta uppmärksamhet→	Att problematisera→	Att ställa frågor→ ge uppgift	Att svara på frågor – verbalt o handling →
Ta fem pärlor var, helst i samma färg.			Har alla fått sina fem?	ja
		Kan ni lägga ut pärlor i en speciell ordning. När jag går runt och tittar då ska jag inte räkna utan se på en gång att det är fem.		Helt tyst!
Jag går runt med kamera och fotograferar alltihopas pärlor.			Kan jag fota dina Eta?	ja
Kappa du är inte färdig, förlåt.				Gamma – jag är färdig. Tack – jag kommer och fotar.
	Här ser Sandra, här. Här är det fem- utan att räkna!	Vet ni varför?		Nej
	Här måste jag välja ut en pärla och sedan räkna runt – 1,2,3,4,5.	Jag har sett det förut på en domino bricka och nu känner jag igen det. Här ser jag också!		
	Aha, du Gamma byggde om. Nu ser jag på en gång att det är fem.	En pärla i varje hörn och en i mitten.		
		Nu ska ni tänka på ett annat sätt – inte som ni hade nu.		Eta – jag har ett annat sätt. Ja, men det är ju domino.
		Ni kanske kan ha de i två högar? Jag visar med handen.		
	Oj, här ser jag – fotar Betas pärlor.	Och här – vad ser jag här? 2 och 1 och 2		

<b>Handling →</b>	<b>Att rikta uppmärksamhet→</b>	<b>Att problematisera→</b>	<b>Att ställa frågor→ ge uppgift</b>	<b>Att svara på frågor – verbalt o handling →</b>
		och det är fem.		
		Och här Deltas – 1 och 2 och 2.	Jota, om jag flyttar lite här blir detsamma fem pärlor?	Hmja.
	Här är det 2 o 2 o 1 o det blir 5. Här är det 2 o 1 o 2 och det blir också 5. Och här 3 o 2 blir också 5.		Ville du Kappa bygga upp det som ett torn och det sjunker ner?	ja
		Ja det blev en pyramid och helt anan tanke.		
		Nu gör vi fyra högar, fyra ställen så att det tillsammans blir fem pärlor.		Jag har – Eta. 1,2,3. Aha – gör om. 1,1,1,2.
	Nu har du det Eta! Ja!! Jag fotar.			
		Nu det sista – jag vill se 5 högar så att det blir 5 pärlor tillsammans.		Alla jobbar mkt fint, flyttar på pärlorna och samtidigt tittar på varandra.
	Oj, här!	5 pärlor i 5 högar	Med avstånd, inte för nära varandra, ni gör hur ni vill.	Alla gör det
		Nu vill jag att ni gör framför er noll pärlor!		Alla gömmer sina pärlor snabbt med händerna.
	Underbart! Vad duktiga ni är!	Då förstod ni att man ska gömma så att noll pärlor är kvar!		Ja, många barn ler glada.

## Bilaga 7 - cirkel

Klippa ut, känna, vika, färglägga en cirkel.

Handling, uppmaning	Att rikta uppmärksamhet	Att problematisera	Att ställa frågor	Att svara på frågor, handlande
Nu gör vi annan fin grej, vi viker så att vi får en halva. Man ska vika så att de här sidorna sammanfaller. Jag gör mkt noga – förebild.	Så precis som möjligt! Jag använder min nagel för att dra på vikningslinjen. Vänd på fingret låt nagel åka först. Nu öppnar vi cirkel och tittar på den. Vad ser ni? Hur ser den ut nu?		.	Ett streck här. Ser ut som en rumpa. Hi hi.
	Hm. Det här strecket har en namn – diameter.			Bara några barn säger efter mig – diameter. Vi säger en gång till alltihopa.
		Man kan förklara ett det är en mittenstreck.		Titta – Beta har vikit en gång till!
	Titta, så här kan man göra. Vi lägger cirkel på bordet! Lägg en hand här. Det här en en halva. Nu lägger vi handen på den andra delen – det här är en halva till.		Hur många halvor har en cirkel?	Flera barn säger – två!
Det var snabbt, vi gör en vikning till. Vi lägger cirkel framför oss med diameter .....				Eta – framför oss.
Tack, Eta, just det, framför oss.	Vi viker så att diameter linjen sammanfaller.	Det finns också en annan variant. När vi har en halva framför oss, då bara vi viker en gång till så att den sammanfaller. Då får vi, oj då nu fick något annat.....		Barnen börjar fläkta med det – säger att det är fläkt. En diamant.
Kanske man kan fylla den med goda saker?	Nu öppnar vi cirkel igen.	Nu har vi ..... jag tittar mkt nära på det		Ett kryss!
		Ja ett kryss, vad ser ni mellan kryssen?		En rund ring?
	Ok. Kan ni lägga fingrarna på en del? Vi hoppar över – andra sådan del, tredje, fjärde.			Alla barn utom Eta hoppar med fingrarna och mumlar med.
			Hur många delar har vi?	Fyra!!!
			Vad heter dem?	Fjärde
			Ja, fjärdedelar.	Det var svårt för mig.

	Vi gör om det! Ta era fingrar, vi hoppar och säger allihopa			En fjärdedel, andra fjärdedel, tredje fjärdedel, fjärde fjärdedelen.
Vi har fyra fjärdedelar.				Alla - Vi har fyra fjärdedelar.
			Vill ni vika en gång till?	ja
Jag visar hur viks ihop	Se till nu att kanterna sammanfaller.	Kanterna ska sammanfalla annars blir det inte riktiga delar.		
	Nu öppnar vi!	Å, vad ser vi nu?		En blomma. En kors.
			Ser ni en kors till där?	
Jag lägger händerna i kors över cirekl	Titta, jag vrider och det finns en kors till.			Mja. Responsen är låg.
	Nu räknar vi hur många delar har vi. Det räcker med bara två fingrar.			Alltihopa – 1,2,3,4,5,6,7,8,
			Hur vet vi att vi har räknat rätt?	Jota säger – nio.
		Vi måste sätta fingret där vi börjar räkna och sedan använda andra handen för att nudda.		1,2,3,4,5,6,7,8. Bra. Nio!
Aha.			Har vi nio?	Ja. Du måste hålla fingret.
Vi håller fingret på den vi börjar räkna.	Räkna nu.			Jota – det är åtta
Alla måste vara med	1,2,3,4,5,6,7,8. Det är åtta.			Jag går runt och hjälper – Eta att räkna delar.
		Kan det vara så att du räknade detta två gånger.	Vad heter de smala delarna?	åtta
Bra, du var på rätt vägg.	Åttondelar. Vi säger allihopa			åttondelar

## Bilaga 8 – intervju 2 och 2 exempel

**Intervju 2 frågor**

Fråga om siffror 5 och 0. Var har du sett dem? Hur kan du visa med händerna fem?

När du gjorde fem på golvet, var du hatten, halsen eller mage?

Vad gjorde vi igår? Kom ihåg när vi arbetade med pärlor?

Kan du säga till mig fem saker?/ du får 5 godis. Hur ska vi dela mellan dig och mig?

Vad är en cirkel?/ vad gjorde vi med cirkel? Tyckte du om hjulleken ute?

**Alfa**

fråga	Svar/handling	följdfråga
siffror 5	På kortet	Kan du skriva på bordet siffror 5?
	Hon gör det. (spegelvänt!)	Kan du säga 5 saker till mig?
	Ja. Lampa, en tröja, en matta	Ja. Hur många saker har du sagt?
	tre	Hur många återstår att säga?
	två	ja
	En dörr och en lampa	Då var det en annan lampa?
	ja	Eftersom först du tittade på den här lampan och nu på den.
Får 5 godis.	Skära godiset.	Alltihopa?
	hmja	Varför?
	Därför.	Jag tar hennes hand och delar fingrarna – en till dig, en till mig, en till dig, en till mig. Vad gör vi med det sista?
	Till mig	Till dig? Men jag vill också ha. Hur delar vi den så att vi får lika?
	Vi kastar bort den	Kasta bort? Kan vi inte skära den i mitten?
	Nej, det är bara hård godis.	aha
Uteleken hjulkul	Ja det var jobbigt.	Svårt att fånga eller jaga?
	Svårt att springa ifrån	när
	När det var många som jagar!	Då blev man tagen jätte snabbt eller hur?

**Epsilon**

fråga	Svar/handling	följdfråga
vad är siffror 5 hur skriver man det	Skriver rätt	Kan du visa fem saker
	Han lyfter upp handen	Är det fem fingrar?
	ja	Visa med två händer?
	3+2, 4+1 (snabb)	
Vad är nolla?	Han knäpper händerna ihop!	Det är ingenting eller hur?

	Han ler bekräftande	
Vad är en cirkel?	Ritar på bordet	ja
Hjulkul leken	gillade	
	Svårt att fånga	
5 godis och vi delar lika, hur gör vi?	Han börjar visa med fingrar. Två till mig. Tre till honom	Tre till dig?
	Ja, nej! Kastar bort	Kastar du bort det?
	ja	Men vi kunde ju dela på det
	ja	Hur? Kanske halva?
	Han låtsas delar och vi låtsas äter upp det.	Taack, tack.

## Bilaga 9 – intervju 3

**Intervju 3**

1. Vad är fem?
2. Kan du skriva den
3. Kan du ta ut 5 pärlor
4. Om jag frågar dig om siffran 0?
5. Kan du ta en 5-krona
6. Kan du ta ut 5 1-kronor
7. Kan du lägga kronorna så att jag ser att det är fem?
8. Hur gör man en cirkel
9. Hur gör man en cirkel ute?
10. Hur gör man en triangel?
11. Är det lika många pärlor här och här?
12. Hur mycket pärlor är det sammanlagt?
13. Kan du räkna från 5 neråt?

**Delta.**

1. Vad är fem?	En siffra	
2. Kan du skriva den?	Gör med höger hand. Rätt.	
3. kan du ta ut 5 pärlor?	Plockar ut en i taget, räknar tyst för sig själv.	Det är en grupp med....
	tre	Och här?
	två	Då blir det sammanlagt?
	fem	Bra.
	Hon grupperar dem i domino	
4. Om jag frågar dig om siffran noll?	Ingen siffra alls.	Det är ju en siffra men talet noll är ingenting. Om du har nu 4 pärlor och lägger noll till, hur mycket blir det då?
	Man ska ta bort alla.	Nej. Plus noll blir det att det är detsamma. Plus noll ger ingenting.
5. kan du ta en 5-krona?	Hon gör det	
6. kan du ta ut 5 1-kronor?	De här?	Nej. En kronorna
	Hon gör det. Räknar en i taget när tar ut från skålen.	Du har i handen en femma, det ska vi byta ut.
Kan du lägga ut kronorna att jag ser att det är fem?	Hon lägger efter domino.	bra
7. Hur gör man en cirkel?	En rund ring	Finns det något på bordet som du kan göra en cirkel med?
	Locket.	varsågod
	Ritar av. Bryter linje en gång, men	

	började uppifrån.	
8. vad har cirkel här?	En prick.	Vad heter den?
	centrum	Helt rätt
9. hur gör man en cirkel ute?	hm	Hur gjorde vi när vi alla var ute och gjorde cirkelleken?
	Att en stor hopprep och en håll i rep och sedan G skulle dra sin fot.	Ja.
12. är det lika många pärlor här och här?	Räknar med ögonen två gånger! Ja.	Bra. Det ju spelar ingen roll att de är utspridda eller hur.
13. hur mycket pärlor det är sammanlagt? Det är ju 5 och 5?	Hon räknar från höger till vänster. Nuddar varje pärla. 1,2,3,4,5 Ska jag fortsätta där det är sex?	ja
	Börjar snabbt på nytt - 1,2,3,4,5, litet paus 6,7,8,9,10	Och det är?
	tio	Ja. Då är det 10. Helt rätt.

### Kappa

Skriva 5	rätt	bra
pärlor	Tar ut i samma hand	Kan du lägga de ut på bordet att jag ser att det är 5
	domino	Tack jag ser mycket väl. Omgrupperar i 3 och...
	2	Hur mkr är då
	5	Ja. Jag lägger ut utspridda pärlor och räknar högt.
Vilken rad har mer pärlor?	Både lika	Både lika, bra. Flyttar ihop till 2 täta rad. Hur mkt det är sammanlagt?
	10	Bra, helt rätt
En 5 krona	rätt	bra
5 enkronor	Rätt. Läger i rad, räknar tyst	Nu har du 5 kronor har och en femma har hur mycket pengar det blir sammanlagt
	10	Jaaa, rätt
cirkel	ritar	Det blev bra. Om du skulle göra en perfekt cirkel kan använda det här. Vad finns här i mitten?
	Ritar en 5	Å, nu blev det en femkrona
	ja	Jag ritar en annan cirkel och sätter prick. Vad är det här?
	hm	Det är centrum
	aha	
Cirkel ute	G drog foten och S stå stilla. Sedan gjorde vi de streck inuti. Alla barn gick och drog med foten	ja
Räkna 5 neråt	Tydligt, långsamt 5,4,3,2,1,0	



## Bilaga 10 - hjulkull

### Hjulkull

En lek där minst tre stycken behöver vara med.

Trampa upp ett stort hjul i snön med många ekrar och ett stort nav så att alla får plats i det.

Välj en som börjar stå i navet medan de andra sprider ut sig runt själva hjulet.

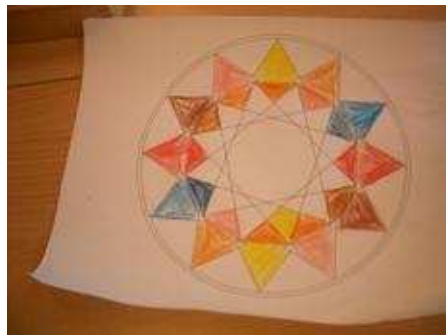
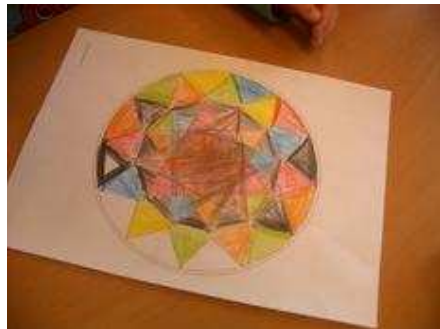
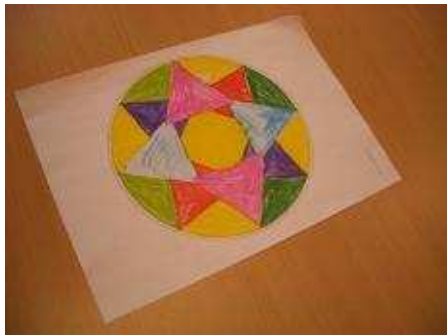
På given signal börjar jakten. Den som står i mitten ska försöka kulla så många som möjligt, men får bara springa i de upptrampade gångarna.

De som blivit kullade får ställa sig i navet. Den som blir sist kvar ute i hjulet får börja kulla i nästa omgång.

<http://www.growingpeople.se/templates/Page.aspx?id=16275>



### Mandalas



## Bilaga 11 – intervju 4

**Intervju 4**

1. Kan du bygga upp en pyramid?
2. Kan du ta ut 9 och 1. Räkna ihop
3. Kan du ta ut 8 och 2. Räkna ihop
4. 7 och 3. Räkna
5. 6 och 4. räkna
6. 10. Hur mkt är det?
7. 01. Hur mkt är det?
8. 10 russin i rad.
9. Ät upp en. Hur mkt kvar?
10. Ät upp två, hur mkt kvar?
11. Ta två till, vad kvar då?
12. Har du räknar förut?
13. Rita en cirkel
14. Rita en triangel
15. Rita en kvadrat
16. Rita siffror 5

**Eta.**

fråga	Svar/handling	följdfråga
Pyramid. Har inte gjort förut. Vi börjar med 1. Sedan hittar du två.	Aktiv. Letar och hittar grön 2.	Kan du hitta 3
	Tar rosa direkt	Kan du hitta 4
	Tar i handen gula räknar tyst.	Bra. Kan du hitta 5
	Tar ljusblå, nuddar varje pärla räknar tyst med munnen.	Bra. Nästa?
	Tar upp guld. Skakar på huvudet och tittar på mig	Jaa, det är för mkt.
	Tar upp lilla.	Hur mkt är det?
	Räknar med nudda, sex	Då passar det eller hur. Nu måste du hitta en 7
	Han tar vita, nuddar, räknar tyst men munnen. Här är sjuuuu.	Bra. Nu är...
	åtta	ja
	Tar bruna, räknar tyst men munnen. Åtta.	Och nu är det 9
	Tar guld. Räknar. Skakar på huvudet. Tar mörkblå, tysträknar. Säger 9 nöjd.	Och nu kommer guld tio på slutet
	Han tar guld och tyst räknar. Säger 10.	Ser du att det är en pyramid?
	Nickar med huvudet.	Bra
Kan du lägga 9 och 1 här?	Han tar 1 jag drar ut 9	Hur mkt det är tillsammans?
	Räknar bara på mörkblå och får 10	Jag pekräknar, börjar med blå, sist

		röda. 10
	10	
Kan du at ut 8 och 2	Han tar rätt	Räkna ihop
	1,2,3,4,5,6,7,8,9	Nej, du missade några bruna. Räkna om
	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10	Bra. Det här är också 10
7 och 3	Tar upp guldet	Det är tio
	Jaaa, ler glad. Letar efter 7 och 3 tar rätt	Räkna ihop de
	Nuddar varje pärla 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10	10 igen
	Ja 10 igen	
6 och 4	Tar 5 och 4	Jag petar på 5- det är inte 6
	Han byter ut mot lilla 6	Bra. Räkna ihop
	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10. Alla blir tio	Ja. Jag tar en femma till. Hur mkt blir 5 och 5
	Mkt snabbt 10	Det kan du
	Tar upp guldet själv och räknar varje pärla – 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10. Jag är färdig.	
10	10	
01	1	Ja 01
5	Hatt, hals mage	hm
cirkel	En rörelse, utan centrum	
triangel	Sida, basis, sida, skakar på huvudet	Börja på nytt
	Sida, basis, sida. Pappret åker upp	
kvadrat	En sida efter varandra	Bra. Jag lägger ut russin.
	Får man äta upp de?	Inte nu. Först gör vi en uppgift, sen kan du äta upp de
Hur mkt russin det finns på pappret?	10	Ät upp 1. Hur mkt kvar
	9	Ät upp 2. Hur mkt kvar?
	6	Är det? räkna
	Han nuddar varje russin- 1,2,3,4,5,6,7	Om S äter upp 1 hur mycket kvar?
	5	Du hade ju 7
	6	Bra.
	1,2,3,4,5,6	Ät upp tre
	Tar en, tar en till i handen	Halva av dem
	Han stannar upp, vill dela sin russin	Nej, nej, ät upp sina tre
	Han gör det	Hur mkt det är kvar
	Han tittar på russin - 3	Bra, de är dina

### Jota.

fråga	Svar/handling	följdfråga
pyramid	1,2,3. 4 räknar tyst. 5 räknar tyst, 6 lägger visuellt, 7,10 med.	Bra. Det saknas något.
	Han lägger in 9	Jag pekar mellan 9 och 7
	Han lägger 8 utan att räkna.	bra
Ta ut 9 och 1	Tar rätt. Börjar med 1. lyfter på 10 . nio?	ja
	Han tar blå 9.	Bra. Hur mkt det blir tillsammans?
	Han tittar på och säger 10.	bra
8 och 2	Tar 2 och vitt 7	Räkna ihop

	21	Är det här 8? 1,2,3,4,5,6,7. Nej vi tar 8. Jag tar bruna lägger ihop och högräknar – 8...
	Jag vet 10	ok
Ta 7 och 3	Det är tråkigt	Jag hjälper. Tar 7 och 3. Hur mkt det är tillsammans?
	8. 5 . 7.	Jag visar med fingrarna – 7 plus 3 till, viker ner dem och vi räknar högt 8,9,10
	Det är tio	
Kan du ta 6 och 4	Tar 5	Det är 5. Ser du var är 6?
	Tar lilla. Det är inte 6	Räkna. Och nu fyra
	Räknar tyst med munnen - 10	Bra. Jag tar en 5. Hur mkt är nu 5 och 5
	10!	bra
Vad betyder det? 10	10	
01	10	oj
	0	Det här är noll men det här är ett. Nu är det bra 1. Eller hur?
	hm	
5	Hals, hatt, mage	bra
cirkel	En enda rörelse	
triangel	Sida, sida, basis	
kvadrat	Rätt, sida efter sida.	bra
Russin i rad	Han tittar noga när jag lägger	Hur mkt har jag på pappret?
	10	Bra. Ät upp 1 hur mkt är kvar?
	9	Bra. Ät upp 2
	Mja. De är goda	Hur mkt kvar?
	7. paus 6	7 var rätt. S äter upp 1. Hur mkt kvar?
	6	Ät upp 3
	Tar 3 en faller bort	Du hade sex och tog 3 hur mkt kvar?
	Tittar på resten. 3.	Bra. De är dina.
Har du räknat förut?	Ja hemma	Var det bra att räkna
	ja	Vad räknade du?
	blunda	Bara för att räkna?
	ja	Han räknar hur många gafflar eller skedar ni har?
	nej	aha