HÖGSKOLAN
I GÄVLE

Beteckning:_________________

**Institutionen för matematik, natur- och datavetenskap**

# Tillvägagångssätt vid lösning av algebraiska problem.

*Eva Larsson*

*Ht-2009*

15 hp C-nivå

**Lärarprogrammet 270 hp**

**Examinator: Iiris Attorps Handledare: Göran Sundberg**

## Sammanfattning:
Denna undersökning är en fallstudie som syftar till att ta reda på hur elever går tillväga när de löser ett algebraiskt problem. Syftet är att sätta sig in i elevernas tankar och sätt att lösa problem och genom ökad förståelse kunna förklara för dem på ett sätt de förstår och kan relatera till.

Metoden som använts är enkät och intervju, och studiegruppen är en klass i årskurs nio.

Eleverna är inte så vana vid att kombinera olika räknesätt i ett och samma tal. De har lättare att se algebraiska uttryck som uttryck för substantiv eller fasta siffror än de har för att se uttrycket som en variabel matematisk formel. De är heller inte vana vid att med ord beskriva vad de gör, därför löser de ofta talen rutinmässigt utan att reflektera över hur.

Det är viktigt att det ingår varierad problemlösning i undervisningen så att eleverna övar sig på både praktisk matematik samt olika matematiska områden. Eleverna tycker det är roligt att göra annat än enbart räkna i läroboken. För att ta uppmuntra deras intresse för matematik och få dem att utvecklas är det därför viktigt med olika sorters matematik..

**Nyckelord:**

Algebra, högstadiet, matematisk förståelse, problemlösning.

# Innehållsförteckning

## 1.1. Inledning/bakgrund

Matematik är ett kärnämne som många elever tycker kan vara tungt att jobba med och svårt att förstå. Eftersom det är viktigt att de får godkänt i ämnet för att fortsätta till gymnasiet är det viktigt att ta reda på vad de tycker är svårt och varför.

Mot en bakgrund av att 7,4% av Sveriges elever inte klarar godkänt i grundskolans matematik (www.siris.skolverket.se), formades tanken om att se om man kan urskilja gemensamma svårigheter för elever.

I Lpo-94 står det att eleven ska ha kunskap i matematiskt tänkande och kunna tillämpa det i vardagen. Med tanke på det valdes uppgifter som har förankring i vardagen.

Det står också i kursplanen för matematik att eleven ska ha kunskap i matematiskt språk och kunna uttrycka sig med matematiska termer. För att öva matematiskt språk är det viktigt med problemtal. Problemlösning är tätt sammanlänkat med algebra, som i dagligt tal ofta kallas bokstavsräkning. Matematiska problem i sin tur definieras som tal som kan ha olika lösningssätt och ibland flera olika svar.

För att kunna lösa problemtal på ett effektivt sätt utan att haka upp sig i algoritmer är det bra om eleverna även har tillgång till miniräknare. Det står i kursplanen i matematik att i slutet av nionde skolåret ska eleven ” *ha goda färdigheter i och kunna använda överslagsräkning och räkning med naturliga tal och tal i decimalform samt procent och proportionalitet i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med tekniska hjälpmedel*”.

Alltså fick eleverna använda miniräknare om de ville, när de löste övningstalen.

## 1.2. Litteraturgenomgång

### 1.2.1. Varför problemlösning?

Lärare bör kontinuerligt eftersträva att fördjupa sina kunskaper i hur elever tänker och utvecklar sina uppfattningar, Nämnaren TEMA Matematik- ett kärnämne (1995). Dessa kunskaper är nödvändiga för att hjälpa eleverna att utveckla sin förmåga i problemlösning. Genom att individualisera problemlösningen och uppmuntra eleverna att konstruera egna problem kan man hjälpa eleverna att utvecklas till goda problemlösare.

Enligt Gran (1998), finns det vardagskunskap inom matematik. Det innebär att om man konkretiserar matematiken med exempel ur vardagen kan barnen lösa problem för att de då känner igen sig i problemet. Exempel på vardagsproblem är hur mycket kostar det att åka och handla, hur mycket bensin går det åt och vad kostar det man handlar med kilopris osv.

Vidare säger Gran (1998) att barn tänker på tal från en bok som ska lösas när de tänker på matematik. Enligt den uppfattningen ger talen alltid ett svar.

Gran (1998) menar att man kan placera elevers olika lösningar av ett tal på en skala där helt korrekt är i ena ändan och helt fel i andra. På så sätt kan man göra en linjär tolkning av lösningarna för att kunna jämföra de olika elevernas lösningar.

Taflin (2007) betonar vikten av att utveckla ett matematiskt resonemang och att öva sig på att sortera bort information som inte behövs för lösningen av problemet. Hon betonar också att alla ska kunna deltaga vid problemlösningen och att det är tillåtet för problemlösningen att ta tid. Förutom det är det likaså viktigt att problemet är utmanande, har olika lösningssätt samt kan ge upphov till matematiska diskussioner.

Björkqvist (Grevholm 2001) pekar på att det finns olika perspektiv på problemlösning. Han kallar det transfer av kunskaper, som sker i fyra olika perspektiv enligt en modell av Ernest (1998). Man kan sammanfatta de fyra perspektiven med att de innefattar det sätt på vilket eleven kan omsätta sina kunskaper på konkreta problem i vardagen och omvänt, hur skolans matematik blir konkret genom vardagsexempel. De innehåller också en tro på människors förmåga att kontrollera sina tankeprocesser och associera till tidigare kunskaper för att på så sätt kunna lösa problem.

### 1.2.2. Problem och matematiskt språk.

Ett problem kan också beteckna ett tal som inte har en förutbestämt lösningssätt och därmed kräver en viss ansträngning för att hitta en lösning. Taflin (2007) säger också att det är viktigt att reflektera över hur lektionen planerats, vilka problem som behandlats och diskuterats och utifrån den föregående lektionen planera hur nästa ska se ut.

När man talar om att eleverna ska skaffa sig ett matematiskt språk samt tala matematik är det lätt att tro att grupparbete tillgodoser det behovet. I Nämnaren TEMA- Matematik- ett kommunikationsämne säger de att en rapport visar att elevernas förståelse gradvis mognar fram, och att de under den processen kan ha svårt att tillgodogöra sig förslag från andra elever. Inlärningssätten och sätten att förstå saker skiljer sig åt, därför hjälper inte alltid grupparbeten.  Läraren har därför en viktig roll att fylla, genom att hjälpa eleven att sätta ord på, samt förstå sina egna tankar.

När eleverna slutat nian ska de kunna lösa matematiska problem i vardagen. Kursplanen ser problemlösning som ett sätt att nå matematiskt tänkande. Det är ett sätt att verklighetsförankra matematiken (Kursplanen i matematik).

### 1.2.3. Arbete i grupp.

Grupparbete är bra, eftersom grupperna ger en stimulerande och positiv arbetsmiljö där eleverna samarbetar och ger varandra nya idéer. Genom grupparbetet måste eleven träna på att sätta ord på sina tankar. Gruppsammanhållningen är också viktig, därför bör man inte byta grupper för ofta. Det bör heller inte vara fler än 3-4 elever per grupp, detta för att maximera varje gruppmedlems deltagande. Läraren ska då fungera som handledare för grupperna och se vad som kan utvecklas och vad som bör förändras. Dessutom ska läraren föra processen framåt genom att sätta fokus på matematiska processer och ställa frågor som får eleverna att se olika lösningsmoment (Taflin, 2007).

### 1.2.4. Variation i undervisningen.

Det är också viktigt att undervisningen innehåller olika moment så att problemen täcker många områden, både vardagsproblem, tabeller/diagram, olika storheter som antal, vikt, längd och så vidare. Även problem med fler än ett svar eller rent av saknar svar bör finnas representerade. För att få realistiska och verklighetsförankrade problem är det också bra med ämnesintegration. Man kan till exempel räkna på miljöproblem såsom koldioxidutsläpp, förpackningsstorlek, antal transporter, pris och så vidare. (Nämnaren TEMA- Matematik- ett kommunikationsämne, 1996) .

Eleverna bör också få variera övningarna med tal som kräver miniräknare och tal som räknas i huvudet eller med uppställningar och ekvationer. Idrott ger många tillfällen till beräkningar av olika slag, samt träning i att läsa tabeller (Nämnaren TEMA- Matematik- ett kommunikationsämne, 1996).

En sorts problemlösning kan vara att börja med att rita en fantasifull bild, som innehåller siffror, eller kan mätas i skalor och så vidare. Därefter får eleverna hjälpa till och konstruera problem som de sedan låter kompisar lösa. Detta är ett sätt att låta vardagen komma in i matematiken (Nämnaren TEMA- Matematik- ett kommunikationsämne, 1996).

Holdén (Grevholm 2001) talar om olika sätt att väcka intresset för problemlösning. Ett sätt är att berätta en historia med anknytning till något i elevens närhet. Historian ska innehålla siffror och olika storheter och antal av saker, därefter diskuterar man muntligt med klassen de olika delarna i historian och bakar in tal och räkning.

### 1.2.5. Övning ger färdighet.

För att bli duktig på problemlösning behöver man öva sig under lång tid. Det är inte bara matematiska kunskaper som spelar in, utan också omgivande miljö. Man behöver alltså både matematiska kunskaper för att lösa problemet, samt kunskaper för att veta vilka operationer som krävs och dessutom har man ett sociokulturellt perspektiv på sitt sätt att lösa problem. Det sociokulturella perspektivet har främst betydelse för hur tolkar och utvecklar idéer, samt hur man använder idéer och tekniker för att komma till en lösning. Det är alltså viktigt dels att man löser många problem under lång tid för att öva förmågan, dels att man får en systematisk undervisning där eleverna får intrycket att läraren tycker problemlösning är viktig (Nämnaren TEMA- Matematik- ett kommunikationsämne, 1996).

### 1.2.6. Miniräknaren.

Problemlösning är en kombination av olika moment inom matematiken, och eftersom det finns så många olika moment inblandade är det också viktigt att eleverna lär sig använda miniräknare på ett konstruktivt sätt. För att slippa lägga mycket tid på uträkningar och istället få tid för problemlösning bör de därför ha miniräknare (Nämnaren TEMA- Matematik- ett kommunikationsämne, 1996).

Miniräknaren kan också hjälpa eleverna med att göra dem uppmärksamma på räknereglerna och så vidare. För att de ska förstå vad räknaren gör måste man då naturligtvis kombinera eget experimenterande med lärarledd undervisning. Miniräknaren kan också användas för att konstruera liknande problem som det problemet som ska lösas, fast då med enklare siffror som eleven själv kan förstå om de är rimliga eller ej. På så sätt kan eleven göra en sorts mall för hur talet ska lösas så att den först kan kontrollera metoden och därefter använda den med andra siffror (Nämnaren TEMA- Matematik- ett kommunikationsämne, 1996).

Gran (1998) har också en annan intressant aspekt på algoritmer. Han menar att internationella försök visar att elever förstår räkning bättre om de använder miniräknare. Att byta traditionella uppställningar mot miniräknare ska alltså leda till positiva effekter som att eleverna blir duktigare i huvudräkning och att de oftare väljer rätt räknesätt. Dessutom blir det mer tid till problemlösning eftersom mindre tid ägnas åt räkneuppställningar.

### 1.2.7. Resultat av tidigare undersökningar.

Enligt undersökningar som gjorts tidigare kan elever lära sig lösa problem och algebraiska ekvationer utan att ha någon djupare förståelse Alibali et al.(2009). Lösningarna sker helt enkelt rutinmässigt. För att eleven ska nå en djupare förståelse krävs så kallade text-tal, där eleven tvingas reflektera och får därmed en vidare kunskap som gör det möjligt att förstå och lösa svårare problem. I den nya studien, *Middle school students´conceptual understanding of equations: Evidence from writing story problems* (Alibali et al.2009), konstruerades texttal som beskrevs av en algebraisk ekvation. Eleverna ombads också lösa några liknande ekvationer för att undersöka hur stor den konceptuella förståelsen av talet var, och kontrollera hur stor förmågan att lösa ekvationer var.

Ekvationerna varierades på tre olika sätt. *n* var det okända talet som skulle identifieras och positionen av *n*, antalet räkneoperationer som krävdes, samt räknesätten varierades. Berättelse-delen av undersökningen gjordes genom att eleverna ombads skriva en berättelse som passade till ekvationen. Berättelserna grupperades i liknande versioner, och eleverna fick åtta förslag på berättelser de kunde använda sig av. Exempel på uppgift är $22\text{-}8=n$ och berättelsen kan vara Kevin bor på en gård med 22 grisar. Han säljer 8 av dem, hur många har han då?

Resultatet av undersökningen var att högstadie-elever har svårt att koppla samman berättelser med algebraiska ekvationer. De elever som var bäst på att koppla berättelsen till ekvationen var också de som var bäst på att lösa ekvationen. Resultatet stämmer väl överens med teorin att om eleven kan koppla verkligheten till talet är det också lättare att lösa talet.
Alibali et al.(2009) kom också fram till i undersökningen att eleverna hade bristfälliga kunskaper i multiplikation och att de hade svårt för att kombinera olika räknesätt för att lösa ett tal. Även tidigare studier har kommit fram till det, enligt Alibali et al.(2009).

## 1.3. Frågeställningar

Denna undersökning syftar till att försöka sätta sig in i elevernas tankar och sätt att lösa algebraiska problem för att kunna förklara för dem på ett sätt de förstår och kan relatera till. Detta görs med hjälp av några konstruerade problem som begränsar sig till området algebra och problemlösning.

Frågeställningen som skall besvaras är:

Hur går eleverna tillväga när de löser de konstruerade problemen?

## 2. Metod

### 2.1. Urval

För att få ett slumpmässigt och representativt material fick en klass bestående av tjugo elever räkna uppgifterna. Det är annars lätt att inte få rätt spridning på svaren om man väljer några elever i flera klasser.

### 2.2. Begränsning

För att begränsa arbetets omfattning koncentrerades det på algebra och problemlösning. Anledningen till att just algebra och problemlösning valdes är att problemlösning är ett väldigt brett område som kan innefatta alla olika områden inom matematik. Det är också ett område som framhålls i styrdokumenten som viktigt att träna på eftersom det är matematik i praktiken. Algebra är ett område inom matematiken som kan verka lite abstrakt i början och därför verkade det intressant att se vilka tolkningar elever kan göra när de ser ett algebraiskt problem.

Eftersom matematik är ett så stort ämne är det nödvändigt att göra någon form av avgränsning för att undersökningar inte ska bli för omfattande.

### 2.3. Datainsamlingsmetoder

Metoden som använts är att med hjälp av några skriftliga problem och kompletterande intervjuer ta reda på vad som är svårt och hur man kan förklara problemen så att eleverna förstår dem.

Versionen som eleverna fick var dessutom försedd med en liten skiss som visade vad en taknock är, samt hur brädorna skulle sättas jämte varandra.

Uppgifterna som eleverna fick lösa lyder:

1. Du skall bygga en lekstuga. Du vill att gaveln/kortsidan på stugan skall vara 1,5 m, och längden 2 m. Brädorna är så långa att de räcker hela vägen upp på stugan, så du sågar bara av överskottet i överkanten.

   a) Brädorna du har är 9 cm breda. Hur många brädor behövs det för att täcka alla sidor? Du sätter dem alltså bara sida vid sida utan överlappning. Blir det hela brädor eller måste du klyva dem på längden?

   *Om du inte kan lösa uppgift a, kan du lösa den om brädorna istället är 10 cm breda?

b) Hur många lister kommer det att behövas för att täcka skarvarna mellan brädorna?

c) Hur många grader bör hörnen på stugan vara?

d) Taknockens vinkel ska vara $60^{\circ}$, hur många grader blir då vinkeln där taket möter väggen?

2. 1A + 5B = X är ett exempel på en matematisk formel. Kan du komma på några möjliga förklaringar till vad formeln kan uttrycka?

(Det finns många svar)

3. Vad är hälften av 2/3?

4. Vad är x, om 9x = 700?

## 2.4. Procedur

För att inte göra eleverna nervösa lämnades uppgifterna till deras ordinarie lärare som informerade dem att detta var en övning för att pröva en annan typ av tal som ingick i en undersökning. Eleverna informerades att de inte var tvungna att räkna talen, samt att talen ingick i en undersökning. Om de inte ville deltaga fick de istället räkna i boken. Alla i gruppen deltog dock.

Eleverna fick en lektion på sig att räkna uppgifterna, därefter besöktes klassen senare samma vecka för enskilda intervjuer med dem. Intervjuerna skedde senare eftersom de fick hela lektionen på sig för att lösa talen. Om eleven inte ville bli intervjuad fick den avböja. Intervjun genomfördes även om den intervjuade inte räknat färdigt, för att ta reda på varför inte talen slutförts. Intervjuerna genomfördes som ett komplement till det skrivna för öka förståelsen för hur de tänkt och resonerat.

Om eleven inte ville svara på frågor behövde den inte det, men dess resultat på uppgifterna ingår ändå i sammanställt resultat. Alla elever utom en samtyckte till att bli intervjuad. Under intervjun ställdes frågor om ifall talen upplevdes som svåra, vad som var svårt och hur de tänkt när de löst uppgifterna. De tillfrågades även om de använt miniräknare för att nå lösningen, och hur de i såfall använt den.

Intervjun utgick alltså från fasta frågor, men med olika följdfrågor beroende på svaren.

## 2.5. Analysmetoder

För att ta reda på hur eleverna tänkt användes semistrukturerad intervju som komplement till enkätsvaren.

Intervjuerna kopplades samman med enkätsvaren och delades in i olika grupper, dels med avseende på kön, för att se om det fanns skillnader, därefter med avseende på vilka lösningsmetoder eleven använt. Liknande svar buntades ihop för att de antogs ha samma tankegångar som grund. På så sätt bildades undergrupper med elevsvar som påminde om varandra. Könsaspekten var intressant därför att 7,8% av pojkarna och 7,0% av flickorna fick icke godkänt i matematik i skolverkets senaste undersökning (www.siris.skolverket.se).

Elevsvaren har därefter redovisats i textform uppgift för uppgift, samt i tabellform för att få en överblick över hur många som löst de olika uppgifterna.

Uppgift 1, 2 och 4 räknas alla till kategorin algebra, uppgift 3 är ett bråk. Bråket är med för att det ingår på olika sätt i både algebra och problemlösning. För att lösa dem behöver man även kunna bråkräkning.

# 3. Resultat

Frågeställningen som skulle besvaras var:

Hur går eleverna tillväga när de löser de konstruerade problemen?

Resultatet visar att eleverna tenderar att tänka mer rutinmässigt utan att reflektera riktigt vad de egentligen gör. De har ganska breda kunskaper inom matematik, men de är inte så vana att använda dem kombinerat med varandra. De är mer vana vid att öva ett räknesätt, göra ett antal övningar och sedan gå vidare till andra övningar. Därför blir deras tankar inte lika tydliga för dem själva, de gör räkneoperationer utan att alltid kunna förklara varför.

Tolkningarna och associationerna varierar naturligtvis beroende på problemets innehåll. Om man summerar resultaten kan man säga att eleven försöker förenkla och sortera talen efter tidigare kända räknesätt. Det leder till exempel till att de flesta elever tänker på substantiv när de ser bokstäver, x ses som en summering av något och bråktal ses som divisiontal.

För att få en överblick över lösningsfrekvensen har den sammanställts i en tabell där flickors och pojkars resultat kan ses var för sig, samt hela gruppens antal rätt i antal och procent.

**Tabell 1. Lösningsfrekvens fördelat på kön, totalt samt lösningsfrekvensen fördelat i procent.**

| Uppgiftsnummer | Flickor | Pojkar | Totalt | Lösningsfrekvens (%) |
|---|---|---|---|---|
| 1.a | 10 | 10 | 20 | 100 |
| 1.b | 9 | 8 | 17 | 85 |
| 1.c | 10 | 10 | 20 | 100 |
| 1.d | 9 | 7 | 16 | 80 |
| 2 | 4 | 2 | 6 | 30 |
| 3 | 6 | 8 | 14 | 70 |
| 4 | 6 | 7 | 13 | 65 |

**Uppgift 1.a.**

1. Du skall bygga en lekstuga. Du vill att gaveln/kortsidan på stugan skall vara 1,5 m, och längden 2 m. Brädorna är så långa att de räcker hela vägen upp på stugan, så du sågar bara av överskottet i överkanten.

   a) Brädorna du har är 9 cm breda. Hur många brädor behövs det för att täcka alla sidor? Du sätter dem alltså bara sida vid sida utan överlappning.

   *Om du inte kan lösa uppgift a, kan du lösa den om brädorna istället är 10 cm breda?

Resultatet från undersökningen visade att alla eleverna klarade uppgift 1.a. Det är en uppgift av det slag som eleverna är vana att hitta i matematikboken. De flesta hade löst uppgiften genom att först lägga ihop omkretsen på huset och sedan dela det med plankornas bredd. Några hade räknat varje vägg för sig och sedan adderat ihop slutresultatet. En elev hade också tagit räknaren till hjälp och knappat in 9+9+9+9…osv ända tills räknaren visade samma svar som omkretsen som redan räknats ut. Under tiden som +9 slogs in räknades antalet gånger som krävdes tills omkretsen var nådd. Eleven tillfrågades hur den skulle gjort om plankbredden istället varit 10 cm. Eleven svarade att den i såfall gjort likadant fast med talet 10.

Alla var överens om att den här uppgiften inte var svår och lösningsfrekvensen var också 100%.

Genom att först lägga ihop alla sidorna visar eleven att den har förstått innebörden i uppgiften. Vissa elever tillfogade även att den sista brädan måste klyvas eftersom svaret blir ett decimaltal. Dock missar man därigenom en praktisk detalj, själva verklighetsförankringen i problemet. Om man bygger en stuga måste ju varje sida gå jämnt upp med brädantalet, annars sticker det ut en bit på vissa väggar. Alltså måste det ju bli minst två väggar som inte går jämnt upp.

De elever som lade ihop sidorna parvis var kanske lite bättre på att koppla verkligheten till talet än de som bara betraktade det som ett divisionstal.

**Uppgift 1.b.**

   b) Hur många lister kommer det att behövas för att täcka skarvarna mellan brädorna?

Uppgift 1.b klarade 85 %, men på denna uppgift varierade lösningssätten mer. Två stycken hade räknat plattorna i taket och räknat hur många lister som täckte plattornas skarvar. En annan hade använt huvudräkning och kommit fram till att antalet var samma, en fjärde hade lagt till +4 för att varje hörn borde ha en list på sig. Ytterligare en lösning var tanken att två plankor har en skarv mellan sig, alltså måste det bli hälften så många lister som brädor. Endast en elev hade löst uppgiften genom att rita brädor och räkna skarvar.

Av problem 1.b kan man utläsa att eleverna inte är så vana vid att tänka på geometriska figurer. Ingen av dem visste på rak arm att en figur måste ha lika många sidor som hörnen, eller snarare skarvar som bitar. Man måste kanske påvisa sambanden mellan geometriska figurer så att de lättare kan tänka ut olika liknelser vid problemlösning.

**Uppgift 1.c.**

c) Hur många grader bör hörnen på stugan vara?

Denna uppgift var med för att se om någon skulle svara något annat än 90º, eller om någon inte visste hur många grader ett hörn är. Alla svarade 90º vilket visar att alla genast tänkte på en rät vinkel när de tänkte på ett hus. Alla intervjuade elever sade sig veta utan att behöva fundera, att hörnen på ett hus ska vara 90º.

**Uppgift 1.d.**

d) Taknockens vinkel ska vara 60º, hur många grader blir då vinkeln där taket möter väggen?

1.d hade också en hög lösningsfrekvens, 80 %. Eleverna tyckte att även denna uppgift var rätt lätt fast variationer fanns i sättet att hitta svaret. Alla eleverna som klarat uppgiften mindes att en triangel har vinkelsumman 180º. Eftersom taknockens vinkel var 60º, löste de flesta uppgiften med att ta 180º-60º=120º och dela 120º med 2. Två elever hade därefter lagt till husets vinkel för att de tyckte att vinkeln måste vara från taket hela vägen till ytterväggen. På så sätt fick de svaret 150º. Det är ju också en möjlig slutsats (beroende på hur man tolkat uppgiften), så de resultaten räknades också med som korrekta svar. Två av eleverna gjorde ingen uträkning på uppgiften för de visste redan att en liksidig triangel har vinklarna 60º.

Denna uppgift var egentligen tänkt att ha endast ett korrekt svar, men eftersom tolkningen av texten kunde anses som lite tvetydig så fick den alltså två korrekta svar. För att undvika sådana tolkningar är det viktigt att man övar sig på matematiska termer. I detta fall gällde det geometriska figurer som kunde missförstås. Det kan man öva genom att beskriva geometriska figurer för varandra och låta kompisen rita det man beskriver.

**Uppgift 2.**

2. 1A + 5B = X är ett exempel på en matematisk formel. Kan du komma på några möjliga förklaringar till vad formeln kan uttrycka?

Uppgift 2 hade lägst lösningsfrekvens. Endast 30 % klarade den. Det var en väldigt fri uppgift, men flera elever uppgav att de inte kunnat komma på något exempel, och några sade att de inte förstått vad det var meningen att de skulle göra. Uppgift 2 var också en uppgift som de flesta beskrev som svår.

Det fanns förutom den traditionella lösningen 4 varianter på hur eleverna gjort egna tolkningar. Två elever gjorde tolkningen att A måste stå för 1 och B för 2. Då fick de 1A+5B=X till 11+52 och summerade det till 63. De gjorde den tolkningen för att det kändes logiskt att bokstäverna motsvarade siffror som skulle sättas in i formeln. När de satte in siffrorna missade de att det finns ett multiplikationstecken emellan 1och A, samt 5 och B. Därför blev det 11+52 istället för 1*1+5*2.

En annan tolkning av uppgift 2 var att det inte går att räkna med bokstäver, så därför blir svaret 1+5=6.

Tolkning nummer 3 av uppgiften var att bokstäverna står för en upprepning av siffrorna och därför blev svaret 11+55=66.

Den fjärde tolkningen var genomgående bland dem som gjort någon form av lösning med ord, nämligen att de ser bokstäverna som ett ting, en frukt, ett djur etc. Ingen satte in siffror istället för A och B. På så sätt når man en lösning, men endast en lösning som beskrivs med ord, till exempel 1 äpple + 5 bananer = 6 frukter.

Man kunde ju istället låtit 1 vara priset på ett äpple och 5 priset på en banan och låtit A och B stå för antalet frukter. Då hade man fått priset på frukterna istället. Det var det dock ingen som gjorde.

**Uppgift 3.**

3. Vad är hälften av 2/3?

Uppgift 3 hade en lösningsfrekvens på 70 % av totala antalet elever. Av de totalt 14 elever som löst uppgiften hade 10 löst den med hjälp av miniräknare. Först knappade de in 2/3 och fick svaret 0,6666.., därefter tryckte de /2 och fick svaret 0,3333… Hälften av dem som löst det med miniräknare svarade endast i decimalform med 0,33. De övriga hade omvandlat svaret till bråkform igen. Flera av de elever som svarat i decimalform hade inte tänkt på att svara i bråkform, eller visste inte riktigt hur talet skulle se ut i bråkform. Några elever visste inte heller att bråkform är mer exakt än ett decimaltal med flera decimaler. Av de elever som använt miniräknare var 8 pojkar och 2 flickor.

De övriga 4 eleverna som löst uppgiften med att tänka i bråkform var alla flickor. 3 av dem använde tårt- eller chokladkakemodellen, den fjärde hade ställt upp det på bråkstreck.

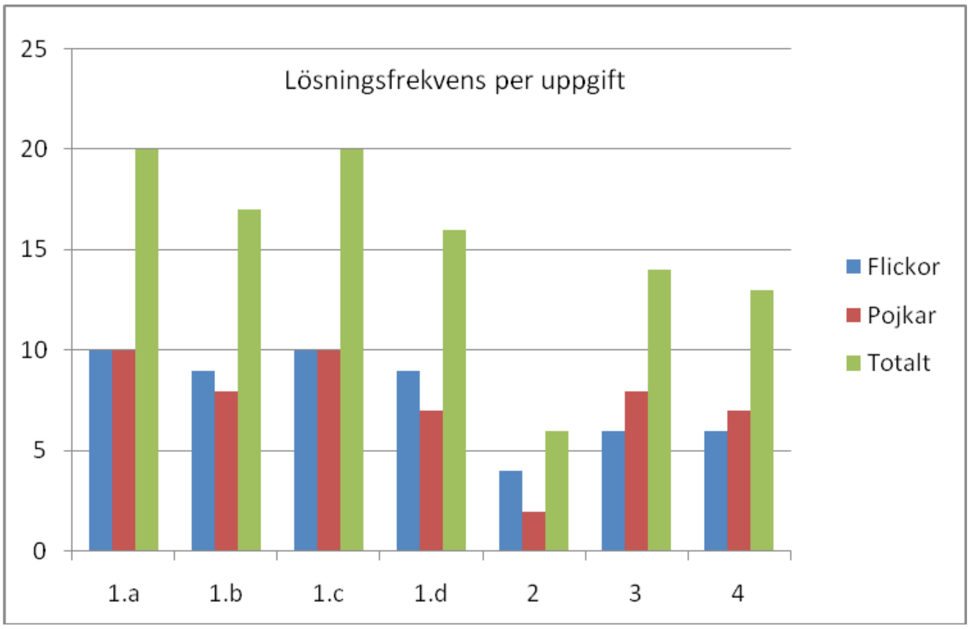
I många vardagliga matematiska problem ingår det bråk i olika sammanhang. Därför är det viktigt att ha klart för sig var bråken står för så att man förstår själv sammanhanget i problemet. Om man löser bråket med hjälp av miniräknare kan det öka förståelsen, men för att göra det krävs upprepad träning, så att sammanhanget blir tydligt.

**Uppgift 4.**

4. Vad är x, om 9x = 700?

Den fjärde uppgiften hade en lösningsfrekvens på 65 %. Alla elever som löst den hade använt miniräknare utom en. Endast en av 13 såg att uppgiften var samma siffror och uppställning som den första och skrev svaret utan att räkna det igen.

Om man bara behandlar problemen som siffror utan att koppla dem till verkliga saker så är det inte så lätt att minnas dem. Eftersom de flesta löste uppgift 1.a med miniräknare utan att reflektera över vad de slog in så gjorde de inte kopplingen att det var ett algebraiskt uttryck eller en ekvation de löste. Därför såg de inte likheten mellan första och sista uppgiften. Om de hade skrivit ned vad de gjorde på pappret så de sett det framför sig så hade det nog varit mer tydligt för dem vad de gjorde för operation.




**Figur 1. Lösningsfrekvens för lösta uppgifter fördelat på kön och totalt antal elever.**

Förutom de synliga resultaten framkom det också under intervjun att eleverna tyckte det var roligt med andra tal än bokens. Det talet de tyckte var svårast var nummer 2 där de skulle hitta på en egen lösning och sätta ord på den.

# 4. Diskussion

## 4.1. Sammanfattning:

Det går inte att se någon tydlig skillnad mellan könen i resultatet. En liten skillnad som dock syntes mellan könen var att det endast var några flickor som löste bråktal med visuella modeller. Alla pojkar använde miniräknare.

Eftersom urvalsgruppen är så pass liten är det risk för generalisering, det kunde vara intressant att undersöka om samma resultat skulle erhållas i flera klasser.

En möjlig slutsats man kan dra av det är att de elever som gjorde visuell lösning kanske har en tydligare bild av vad ett bråk är och vad det representerar. De elever som inte är lika säkra på bråk använde sig istället av miniräknare för att få fram ett svar. Svaret presenterades sedan i decimalform, vilket också tyder på att de inte är helt bekväma med omvandling mellan bråk- och decimalform. Några av eleverna kunde inte säga vid intervjun hur 0,333 ser ut i bråkform. De verkar också som om eleverna har lite svårt att greppa att 0,333.. inte är ett exakt tal, medan 1/3 är det. Eleverna såg inte ett bråk riktigt som ett färdigt svar.

När man konstruerar tal på egen hand måste man också fundera på om man vill att man ska ta hänsyn till verkliga aspekter såsom med väggarna i det första talet. De som klarar att se konsekvensen i verkligheten av att antalet plankor inte går jämnt upp har ju förmodligen mer koppling till praktiken i problemet än de som enbart ser det som ett decimaltal. För att öva sig på verklig problemlösning kan man göra praktiska saker som modellbyggen. Det är också bra om man övar sig på att blanda in geometriska figurer i problemlösning av det här slaget, det sker också vid modellbyggen.

Uppgift 2, 1A + 5B = X visar att eleverna inte har lärt sig att se bokstäver som okända siffror. De vet att bokstäverna står för någonting, men det verkar vara mer logiskt att bokstäverna ersätter ett substantiv istället för en siffra. Om man ser det på det viset, så blir användningen av algebraiska uttryck mycket begränsad. Då kan formeln endast användas till enkla saker som 1 banan + 5 äpplen= 6 frukter.

Om man istället övar sig på att tänka på fler möjligheter, till exempel att A står för antalet varv en moped kör på en bana och 1 står för dl bränsle per varv, B står för antalet varv en bil kör och 5 för dl bränsle per varv, så får man en formel som anger bränsleförbrukningen för mopeden och bilen under ett körtillfälle.

Detta sätt att tänka låter likartat, men skillnaden blir att formeln går att använda till fler saker, eftersom den blir mer anpassningsbar.

Utan att dra för stora växlar av undersökningen kan man nog säga att alla eleverna skulle behöva träna sig på algebraiska uttryck för att kunna använda dem vid problemlösning. Då även tal som kräver olika räknesätt eftersom undersökningar visar att de flesta elever tycker det är svårast.

## 4.2. Etiska aspekter

Det fanns en valmöjlighet för de elever som inte ville deltaga, men det kan tänkas att de ändå kände lite grupptryck när de såg att resten av klassen ville vara med och räkna talen. Om undersökningen skall göras i skolan är det svårt att komma undan en viss del av grupptryck, eftersom kompisarna kan se vilket man väljer. I en sådan här undersökning är det ändå inte så stor skillnad i aktivitet vilket man än väljer; man sitter ändå vid sin plats och räknar enskilt.

## 4.3.Tillförlitlighet

Värt att komma ihåg i sammanhanget är att urvalsgruppen är ganska begränsad. Om man skulle göra om studien vore det nog bra att göra samma sak i flera klasser för att se hur mycket de skiljer sig. Det finns många faktorer som spelar in för lärandet i matematik;

- vilken lärare man har, vilka stycken läraren prioriterar och lägger fokus på
- vilken bok man använder
- om man gör andra övningar än boken

Sist men inte minst spelar det även roll om det är arbetsro i klassrummet. Om det är för stökigt kan man inte koncentrera sig, och då är det svårt att göra framsteg och tänka konstruktivt.

När studien skulle utföras användes en klass som försöksgrupp istället för att ta några elever ur flera klasser. Det var för att om man väljer ut några elever missar man bredden i klassen. Det är lätt att råka välja de bästa eleverna, och då blir resultatet inte representativt.

Ett annat problem när studien skulle utföras var att niorna var på prao och sedan höstlov de veckorna som avsetts att träffa dem, så därför blev tiden lite för knapp för att hinna träffa flera klasser. Det hade annars varit intressant att göra samma sak i en annan klass för att se om det fanns synbara skillnader i resultatet. Det som tog mest tid i anspråk var att göra intervjuerna så det blev de som blev den begränsande faktorn i hur stor undersökningen kunde bli.

Trots begränsad undersökningsgrupp kan man ändå antaga att resultatet är representativt, då klassen som deltagit är en vanlig klass med normal spridning på traditionella prov. Klassen är också relativt lugn och eleverna är positiva och öppna för nya förslag. Därför kan man nog utgå ifrån att de gjorde sitt bästa när de löste uppgifterna, och de svarade även utförligt på intervjuerna.

Med tanke på att det algebraiska uttrycket ansågs svårast hade det varit intressant med några fler varianter för att se om fler hade klarat det då. Även någon mer bråk-uppgift kunde varit intressant att ha med - kanske någon med blandade tal för att se om eleverna minns hur de räknade med det. Om man vill få mer spridning skulle kanske även lite svårare uppgifter ha funnits med, men eftersom målet med undersökningen var att ta reda på olika tankesätt så valdes istället lite enklare uppgifter. Eftersom uppgifterna inte liknade dem i boken riktigt var det svårt att veta på vilken nivå de skulle vara. Några förslag visades för två lärare innan den slutliga versionen bestämdes, och de båda lärarna sa att de talen nog var för svåra. Alltså valdes l ite lättare uppgifter.

Intervjuerna genomfördes på samma sätt, frågor med öppna svar som antecknades. Frågorna var ganska likartade, utgångsfrågorna var samma, följdfrågorna varierade lite beroende på svaren. Reliabiliteten på undersökningen är alltså ganska hög vad gäller kvalitativt hänseende. Eftersom referensgruppen trots allt var ganska begränsad är den kvantitativa reliabiliteten inte lika hög.

## 4.4. Teoretisk tolkning

Den ursprungliga frågeställningen var alltså ”Hur går eleverna tillväga när de löser de utvalda uppgifterna?”. Det finns många svar på den frågan, undersökningen har presenterat några olika. Om man gör om undersökningen med samma tal i en annan klass får man troligtvis liknande resultat, fast med små variationer eftersom det trots allt rör sig om olika individer med olika idéer.

Även undersökningen av Alibali et al.(2009) visade att elever har svårt att kombinera olika räknesätt i samma tal.

Resultaten är intressanta därför att om man är på en högre utbildningsnivå så tänker man kanske inte på att det behövs sägas att ett bråk är exakt medan decimaltal inte är det, att man måste förklara varför det finns * mellan en bokstav och siffra och varför man inte skriver det och så vidare.

Resultatet visar att man med små medel kan ta reda på hur eleverna uppfattar olika problem, och på så sätt kan man anpassa undervisningen och förklaringar så att de förstår dem bättre.

## 4.5. Förslag till fortsatt forskning/praktisk tillämpning

Undersökningen visar att eleverna är positivt inställda till att arbeta med annat material än böckerna, och det kan man ta tillvara genom att dels konstruera egna problem, dels låta eleverna konstruera problem. Problemen man konstruerar kan gärna vara ämnesintegrerande, både för att öka intresset men också för att öka förståelsen och visa eleverna att det finns en massa områden i samhället där det finns användning för matematik.

Idén med matte-teckning (Nämnaren TEMA- Matematik- ett kommunikationsämne, 1996) är något som låter intressant att pröva själv i framtiden, både en egen variant som eleverna får pröva, men också att låta dem rita egna och se hur de löser dem. Det låter som en bra idé för att eleverna ska tycka att matematik och problemlösning är roligt.

Enligt Gran (1998) ska läraren fungera som en handledare och få eleverna att utvecklas genom att sätta fokus på matematiska processer. I de processerna ska olika matematiska moment ingå så att kunskaperna blir så varierande som möjligt. Det är lättare att handleda och ställa relevanta frågor om man vet hur eleverna tänker. Då kan man i de inledande instruktionerna ge lite tips på hur saker ska lösas och på så sätt kommer eleverna bättre igång med uppgiften.

Om man vill applicera resultatet på Holdéns (Grevholm 2001) idéer om matematiska historier kan man försöka hitta på någon historia som använder samma räknesätt och i historian baka in lite förklaringar till talen som genom historian ska lösas.

## 4.6. Slutsatser

Trots undersökningens småskalighet tycktes det ändå gå att utläsa att även om eleverna är duktiga på talen i boken så är det viktigt att de övar sig på vardagsproblem av lite mer invecklad karaktär d.v.s. där det inte framgår genast av texten vilka siffror som skall användas, och vilket räknesätt man ska använda. Det är också viktigt att eleverna övar sig på att beskriva vad de gör, både för att förtydliga för sig själva men också för att därigenom öva sitt matematiska språk, vilket framgår i kursplanen att det är viktigt att behärska.

## Referenser

Alibali, M. W., Brown, A. N., Stephens, A. C., Kao, Y. S., & Nathan, M. J. (2009). *Middle school students' conceptual understanding of equations: Evidence from writing story problems* (WCER Working Paper No. 2009-3). Madison: University of Wisconsin–Madison, Wisconsin Center for Education Research. Retrieved [e.g., April 15, 2009,] from http://www.wcer.wisc.edu/publications/workingPapers/papers.php . 3-7.

Gran, B. (1998). *Matematik på elevens villkor.* Lund: Studentlitteratur, 67-68, 118, 134.

Grevholm, B. (2001). *Matematikdidaktik- ett nordiskt perspektiv*. Lund: Studentlitteratur. 116- 117, 172.

*Nämnaren TEMA- Matematik- ett kommunikationsämne.* (1996). Kungälv: Grafikerna Livréna i Kungälv AB. 30, 67-68, 70-72, 85-87, 128-129

*Nämnaren TEMA- Matematik- ett kärnämne*. (1995). Kungälv: Grafikerna Livréna i Kungälv AB. 110,

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan– för att skapa tillfällen till lärande.* Umeå: Print & Media. 10-11, 21-22.

**Webbsidor som använts**

http://kvalitativmetod.webs.com/

http://siris.skolverket.se/reports/rwservlet?cmdkey=common&notgeo=&p_verksamhetsar=2009&p_hm_kod=&report=gr9betam&p_lan_kod=&p_kommun_kod=&p_skol_id=&p_komminv_kod=&p_kgrupp_kod=&p_rapport=gr9betyg_amne&p_verksform_kod=11&p_info_omrade=betyg

## Bilaga 1

### Lpo- 94

**Mål att uppnå i grundskolan**

Skolan ansvarar för att varje elev efter genomgången grundskola
• behärskar det svenska språket och kan lyssna och läsa aktivt
och uttrycka idéer och tankar i tal och skrift,
• behärskar grundläggande matematiskt tänkande och
kan tillämpa det i vardagslivet,
• känner till och förstår grundläggande begrepp och sammanhang
inom de naturvetenskapliga, tekniska, samhällsvetenskapliga
och humanistiska kunskapsområdena,
• har utvecklat sin förmåga till kreativt skapande och fått ett ökat
intresse för att ta del av samhällets kulturutbud,
• har en förtrogenhet med centrala delar av vårt svenska och
nordiska och västerländska kulturarv
• har kunskaper om de nationella minoriteternas kultur, språk,
religion och historia,
• kan utveckla och använda kunskaper och erfarenheter i så många olika
uttrycksformer som möjligt som språk, bild, musik, drama och dans,
• har utvecklat förståelse för andra kulturer,
• kan kommunicera i tal och skrift på engelska,
• känner till grunderna för samhällets lagar och normer och vet om
sina rättigheter och skyldigheter i skolan och i samhället,
• har kunskaper om länders och världsdelars ömsesidiga
beroende av varandra,
• känner till förutsättningarna för en god miljö och förstår
grundläggande ekologiska sammanhang,
• har grundläggande kunskaper om förutsättningarna för en god hälsa
samt har förståelse för den egna livsstilens betydelse för hälsan
och miljön,
• har kunskaper om medier och deras roll,
• kan använda informationsteknik som ett verktyg för
kunskapssökande och lärande och
• har fördjupade kunskaper inom några ämnesområden efter eget val.

# Bilaga 2

## Kursplan för Matematik

Inrättad 2000-07 SKOLFS: 2000:135

**Ämnets syfte och roll i utbildningen**

Grundskolan har till uppgift att hos eleven utveckla sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökande flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället. Utbildningen skall ge en god grund för studier i andra ämnen, fortsatt utbildning och ett livslångt lärande.

Matematiken är en viktig del av vår kultur och utbildningen skall ge eleven insikt i ämnets historiska utveckling, betydelse och roll i vårt samhälle. Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Den skall också ge eleven möjlighet att upptäcka estetiska värden i matematiska mönster, former och samband samt att uppleva den tillfredsställelse och glädje som ligger i att kunna förstå och lösa problem.

Utbildningen i matematik skall ge eleven möjlighet att utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer i ett aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på olika problem.

**Mål att sträva mot**

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleven

– utvecklar intresse för matematik samt tilltro till det egna tänkandet och den egna förmågan att lära sig matematik och att använda matematik i olika situationer,

– inser att matematiken har spelat och spelar en viktig roll i olika kulturer och verksamheter och får kännedom om historiska sammanhang där viktiga begrepp och metoder inom matematiken utvecklats och använts,

– inser värdet av och använder matematikens uttrycksformer,

– utvecklar sin förmåga att förstå, föra och använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande,

– utvecklar sin förmåga att formulera, gestalta och lösa problem med hjälp av matematik, samt tolka, jämföra och värdera lösningarna i förhållande till den ursprungliga problemsituationen,

– utvecklar sin förmåga att använda enkla matematiska modeller samt kritiskt granska modellernas förutsättningar, begränsningar och användning,

– utvecklar sin förmåga att utnyttja miniräknarens och datorns möjligheter.

Strävan skall också vara att eleven utvecklar sin tal- och rumsuppfattning samt sin förmåga att förstå och använda

– grundläggande talbegrepp och räkning med reella tal, närmevärden, proportionalitet och procent,

– olika metoder, måttsystem och mätinstrument för att jämföra, uppskatta och bestämma storleken av viktiga storheter,

– grundläggande geometriska begrepp, egenskaper, relationer och satser,

– grundläggande statistiska begrepp och metoder för att samla in och hantera data och för att beskriva och jämföra viktiga egenskaper hos statistisk information,

– grundläggande algebraiska begrepp, uttryck, formler, ekvationer och olikheter,

– egenskaper hos några olika funktioner och motsvarande grafer,

– sannolikhetstänkande i konkreta slumpsituationer.

**Ämnets karaktär och uppbyggnad**

Matematik är en levande mänsklig konstruktion som omfattar skapande, utforskande verksamhet och intuition. Matematik är också en av våra allra äldsta vetenskaper och har i stor utsträckning inspirerats av naturvetenskaperna. Matematikämnet utgår från begreppen tal och rum och studerar begrepp med väldefinierade egenskaper. All matematik innehåller någon form av abstraktion. Likheter mellan olika företeelser observeras och dessa beskrivs med matematiska objekt. Redan ett naturligt tal är en sådan abstraktion.
Tillämpningar av matematik i vardagsliv, samhällsliv och vetenskaplig verksamhet ger formuleringar av problem i matematiska modeller. Dessa studeras med matematiska metoder. Resultatens värde beror på hur väl modellen beskriver problemet. Kraftfulla datorer har gjort det möjligt att tillämpa allt mer precisa modeller och metoder inom områden där de tidigare inte varit praktiskt användbara. Detta har också lett till utveckling av nya kunskapsområden i matematik som i sin tur lett till nya tillämpningar.
Problemlösning har alltid haft en central plats i matematikämnet. Många problem kan lösas i direkt anslutning till konkreta situationer utan att man behöver använda matematikens uttrycksformer. Andra problem behöver lyftas ut från sitt sammanhang, ges en matematisk tolkning och lösas med hjälp av matematiska begrepp och metoder. Resultaten skall sedan tolkas och värderas i förhållande till det ursprungliga sammanhanget. Problem kan också vara relaterade till matematik som saknar direkt samband med den konkreta verkligheten. För att framgångsrikt kunna utöva matematik krävs en balans mellan kreativa, problemlösande aktiviteter och kunskaper om matematikens begrepp, metoder och uttrycksformer. Detta gäller alla elever, såväl de som är i behov av särskilt stöd som elever i behov av särskilda utmaningar.
Matematik har nära samband med andra skolämnen. Eleverna hämtar erfarenheter från omvärlden och får därmed underlag för att vidga sitt matematiska kunnande.

**Mål som eleverna lägst ska ha uppnått i slutet av det tredje skolåret**

Målen uttrycker en lägsta godtagbar kunskapsnivå. Skolan och skolhuvudmannen ansvarar för att eleverna ges möjlighet att uppnå denna. De flesta elever kan och ska komma längre i sin kunskapsutveckling än vad denna nivå anger.

Eleven ska ha förvärvat sådana grundläggande kunskaper i matematik som behövs för att

- kunna tolka elevnära information med matematiskt innehåll,
- kunna uttrycka sig muntligt, skriftligt och i handling på ett begripligt sätt med hjälp av vardagligt språk, grundläggande matematiska begrepp och symboler, tabeller och bilder, samt
- kunna undersöka elevnära matematiska problem, pröva och välja lösningsmetoder och räknesätt samt uppskatta och reflektera över lösningar och deras rimlighet.

Inom denna ram ska eleven

*beträffande tal och talens beteckningar*

- kunna läsa och skriva tal samt ange siffrors värde i talen inom heltalsområdet 0-1000,
- kunna jämföra, storleksordna och dela upp tal inom heltalsområdet 0-1000,
- kunna dela upp helheter i olika antal delar samt kunna beskriva, jämföra och namnge delarna som enkla bråk,
- kunna beskriva mönster i enkla talföljder, och
- kunna hantera matematiska likheter inom heltalsområdet 0-20,

*beträffande räkning med positiva heltal*

- kunna förklara vad de olika räknesätten står för och deras samband med varandra med hjälp av till exempel konkret material eller bilder,
- kunna räkna i huvudet med de fyra räknesätten när talen och svaren ligger inom heltalsområdet 0-20 samt med enkla tal inom ett utvidgat talområde, och
- kunna addera och subtrahera tal med hjälp av skriftliga räknemetoder när talen och svaren ligger inom talområdet 0-200,

*beträffande rumsuppfattning och geometri*
- kunna beskriva föremåls och objekts placering med hjälp av vanliga och enkla lägesbestämningar,
- kunna beskriva, jämföra och namnge vanliga två- och tredimensionella geometriska objekt,
- kunna rita och avbilda enkla tvådimensionella figurer samt utifrån instruktion bygga enkla tredimensionella figurer, och
- kunna fortsätta och konstruera enkla geometriska mönster,

*beträffande mätning*
- kunna göra enkla jämförelser av olika längder, areor, massor, volymer och tider, och
- kunna uppskatta och mäta längder, massor, volymer och tid med vanliga måttenheter,

*beträffande statistik*
- kunna tolka och presentera enkel och elevnära information i tabeller och diagram.

**Mål som eleverna skall ha uppnått i slutet av det femte skolåret**

Eleven skall ha förvärvat sådana grundläggande kunskaper i matematik som behövs för att kunna beskriva och hantera situationer och lösa konkreta problem i elevens närmiljö.
Inom denna ram skall eleven
– ha en grundläggande taluppfattning som omfattar naturliga tal och enkla tal i bråk- och decimalform,
– förstå och kunna använda addition, subtraktion, multiplikation och division samt kunna upptäcka talmönster och bestämma obekanta tal i enkla formler,
– kunna räkna med naturliga tal – i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med miniräknare,
– ha en grundläggande rumsuppfattning och kunna känna igen och beskriva några viktiga egenskaper hos geometriska figurer och mönster,
– kunna jämföra, uppskatta och mäta längder, areor, volymer, vinklar, massor och tider samt kunna använda ritningar och kartor,
– kunna avläsa och tolka data givna i tabeller och diagram samt kunna använda elementära lägesmått.

**Mål som eleverna skall ha uppnått i slutet av det nionde skolåret**

Eleven skall ha förvärvat sådana kunskaper i matematik som behövs för att kunna beskriva och hantera situationer samt lösa problem som vanligen förekommer i hem och samhälle och som behövs som grund för fortsatt utbildning.
Inom denna ram skall eleven
– ha utvecklat sin taluppfattning till att omfatta hela tal och rationella tal i bråk- och decimalform,
– ha goda färdigheter i och kunna använda överslagsräkning och räkning med naturliga tal och tal i decimalform samt procent och proportionalitet i huvudet, med hjälp av skriftliga räknemetoder och med tekniska hjälpmedel,
– kunna använda metoder, måttsystem och mätinstrument för att jämföra, uppskatta och bestämma längder, areor, volymer, vinklar, massor, tidpunkter och tidsskillnader,
– kunna avbilda och beskriva viktiga egenskaper hos vanliga geometriska objekt samt kunna tolka och använda ritningar och kartor,
– kunna tolka, sammanställa, analysera och värdera data i tabeller och diagram,
– kunna använda begreppet sannolikhet i enkla slumpsituationer,
– kunna tolka och använda enkla formler, lösa enkla ekvationer, samt kunna tolka och använda grafer till funktioner som beskriver verkliga förhållanden och händelser.

**Bedömning i ämnet matematik**

**Bedömningens inriktning**

Bedömningen av elevens kunnande i ämnet matematik gäller följande kvaliteter:

*Förmågan att använda, utveckla och uttrycka kunskaper i matematik*

Bedömningen avser elevens förmåga att använda och utveckla sitt matematiska kunnande för att tolka och hantera olika slag av uppgifter och situationer som förekommer i skola och samhälle, till exempel förmågan att upptäcka mönster och samband, föreslå lösningar, göra överslag, reflektera över och tolka sina resultat samt bedöma deras rimlighet. Självständighet och kreativitet är viktiga bedömningsgrunder liksom klarhet, noggrannhet och färdighet.

En viktig aspekt av kunnandet är elevens förmåga att uttrycka sina tankar muntligt och skriftligt med hjälp av det matematiska symbolspråket och med stöd av konkret material och bilder.

*Förmågan att följa, förstå och pröva matematiska resonemang*

Bedömningen avser elevens förmåga att ta del av och använda information i såväl muntlig som skriftlig form, till exempel förmågan att lyssna till, följa och pröva andras förklaringar och argument. Vidare uppmärksammas elevens förmåga att självständigt och kritiskt ta ställning till matematiskt grundade beskrivningar och lösningar på problem som förekommer i olika sammanhang i skola och samhälle.

*Förmågan att reflektera över matematikens betydelse för kultur- och samhällsliv*

Bedömningen avser elevens insikter i och känsla för matematikens värde och begränsningar som verktyg och hjälpmedel i andra skolämnen, i vardagsliv och samhällsliv och vid kommunikation mellan människor. Den avser också elevens kunskaper om matematikens betydelse i ett historiskt perspektiv.

**Kriterier för betyget Väl godkänt**

Eleven använder matematiska begrepp och metoder för att formulera och lösa problem.

Eleven följer och förstår matematiska resonemang.

Eleven gör matematiska tolkningar av vardagliga händelser eller situationer samt genomför och redovisar med logiska resonemang sitt arbete såväl muntligt som skriftligt.

Eleven använder ord, bilder och matematiska konventioner på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.

Eleven visar säkerhet i sitt problemlösningsarbete och använder olika metoder och tillvägagångssätt.

Eleven kan skilja gissningar och antaganden från det vi vet eller har möjlighet att kontrollera.

Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

**Kriterier för betyget Mycket väl godkänt**

Eleven formulerar och löser olika typer av problem samt jämför och värderar olika metoders för- och nackdelar.

Eleven visar säkerhet i sina beräkningar och sitt problemlösningsarbete samt väljer och anpassar räknemetoder och hjälpmedel till den aktuella problemsituationen.

Eleven utvecklar problemställningar och använder generella strategier vid uppgifternas planering och genomförande samt analyserar och redovisar strukturerat med korrekt matematiskt språk.

Eleven tar del av andras argument och framför utifrån dessa egna matematiskt grundade idéer.

Eleven reflekterar över matematikens betydelse för kultur- och samhällsliv.