

Beteckning: _____



Institutionen för matematik, natur- och datavetenskap

Hur räknar du?
- Barns subtraktionsstrategier i tidiga år

Anette Aavanen
Ht-2009

15 hp C-nivå

Lärarprogrammet 210 hp
Examinator: Iris Attorps Handledare: Sören Hector

Sammanfattning: Syftet med examensarbetet var att få en fördjupad förståelse över hur barn tänker matematik med fokus på subtraktion. Arbetet koncentrerades kring vilken uppfattning eleverna har om subtraktion i relation till addition, vilka subtraktionsstrategier de har samt om dessa skiljer sig utifrån ett genusperspektiv. Syftet var också att ta reda på hur subtraktion presenteras under de första skolåren, med hjälp av lärarintervjuer och läroboksanalyser. Tillvägagångssättet var således kvalitativa intervjuer med elever och lärare samt analys av skolornas läromedel.

Det jag kom fram till med arbetet var att elever ofta behärskar många strategier innan de börjar skolan men att de sedan utvecklas till att enbart använda en metod. Lärare har därför ett ansvar i klassrummet att pedagogiskt lägga upp ett arbetssätt som hjälper eleverna att etablera de strategier som de har och lära ut flera strategier. Den vanligaste subtraktionsstrategin för elever i tidiga år är att räkna med borttagningsmetoden.

Nyckelord: Matematik, matematikmetoder, räknemetoder, subtraktion, subtraktionsstrategier

Innehållsförteckning

1 INLEDNING	1
1.1 Bakgrund	1
1.2 Litteraturgenomgång	2
1.2.1 Taluppfattning	2
1.2.2 Olika subtraktionsstrategier	2
1.2.3 Pedagogens förhållningssätt och påverkan	4
1.2.4 Läroböcker	5
1.3 Syfte	6
1.4 Frågeställningar	6
2 METOD	6
2.1 Urval	7
2.2 Datainsamlingsmetoder	8
2.3 Procedur	9
2.4 Analysmetoder	10
2.4.1 Reliabilitet och Validitet	10
3 RESULTAT	10
3.1 Vilka subtraktionsstrategier använder sig eleverna av?	10
3.1.1 Lärarperspektiv	12
3.1.2 Perspektiv utifrån läromedlen	13
3.1.2.1 Min matematik	13
3.1.2.2 Tänk och räkna	14
3.2 Uppfattas subtraktion svårare än addition, för eleverna?	15
3.3 Skiljer sig flickors och pojkars strategier åt?	15
3.4 Hur stor inverkan har lärares/pedagogers undervisningsupplägg för inläring av subtraktion?	16
4 DISKUSSION	17
4.1 Skolans och lärarens ansvar	17
4.2 Elevernas val av strategier	18
4.3 Slutsatser	19
4.5 Tillförlitlighet och tolkning	19
4.4 Vidare forskning	20
REFERENSER	21
BILAGOR	23
Bilaga A	23
Bilaga B	24
Bilaga C	25

1 INLEDNING

Matematik är ett av skolans viktigaste ämnen (Ahlberg, 2000 m.fl.). Ändå är det många elever som inte klarar av kursmålen i matematik eller får ett slutbetyg i ämnet matematik, enligt undersökningar gjorda av Skolverket. För lärare är det viktigt att stödja elevernas räknemetoder och presentera olika strategier och även ta reda på hur eleverna tänker, för att eleverna ska klara av kursmålen.

I Sverige har elevers matematikresultat debatterats under en längre tid. Frågor om varför elever inte klarar målen och inte når slutbetyg i matematik har ständigt varit aktuella. Skolverket (<http://www.skolverket.se/sb/d/203/a/14303> hämtat 2009-10-08) presenterar de internationella undersökningar som TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) gjort om elevers prestationer i matematik och naturkunskap, under bland annat våren 2007. Resultaten visar i jämförelse med andra EU/OECD-länder att svenska elevers matematikprestationer ligger under genomsnittet. Det är en bidragande faktor till varför man i Sverige har velat utreda och sätta in resurser. Bland annat beslutade Skolverket för att tilldela 87 miljoner kronor till olika satsningar för att förstärka undervisningen och på så sätt förbättra resultaten i grundskolan (<http://www.skolverket.se/sb/d/203/a/16715> hämtat 2009-10-08). Ett stort intresse finns över hela landet för att satsa på elevernas utbildning.

Som lärarstudent och blivande lärare i matematik intresserar jag mig för vilka svårigheter eleverna kämpar med inom matematiken och varför de inte når målen. Under min verksamhetsförlagda utbildning har jag märkt att många elever kämpar med subtraktion, och vill därför fördjupa mig i subtraktionsstrategier och -svårigheter i mitt examensarbete. I mitt examensarbete vill jag undersöka och fördjupa mig i hur barn tänker subtraktion, det vill säga vilka subtraktionsstrategier som är vanligast och om det finns någon skillnad mellan pojkars och flickors tänkesätt. Genom att analysera läroböcker får jag en djupare bild av hur eleverna möter subtraktion i de första skolåren. Slutligen vill jag utifrån ett lärarperspektiv belysa betydelsen av det pedagogiska upplägget i ämnet matematik och den inverkan läraren har på elevernas matematiska utveckling. För att man som lärare skall kunna planera arbetet, menar Doverborg & Pramling-Samuelsson (2004) att man bör känna till vad eleverna kan och inte kan inom området och på vilket sätt de tänker.

1.1 Bakgrund

Subtraktion är ett av de fyra grundläggande räknesätten inom aritmetiken och introduceras i samklang med addition ibland redan på förskolan. Lärare som undervisar i matematik på förskola och i grundskola har ett viktigt arbete eftersom de utformar elevernas grundläggande kunskaper i ämnet och samtidigt elevernas inställning till ämnet, anser Löwing och Kilborn (2002). Vidare menar Kilborn och Löwing att elevernas problem oftast finns i grundskolan innan årskurs fem, och förklarar att de bristande kunskaperna i matematik är ett stort problem ut ett individuellt perspektiv. Om eleverna har bristande matematisk förståelse, främst de grundläggande kunskaperna, försämras även andra prestationer i skolarbetet.

Målen i Lpfö 98 betonar att barnen skall utveckla sin egen förmåga att använda matematik och en förståelse för grundläggande egenskaper som berör mätning, form och orientering i tid

och rum. Lpo 94 belyser skolans ansvar att varje elev skall behärska grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa detta i vardagslivet. (Nämnnaren, 2000). I kursplanen för matematik framgår att eleven i slutet av tredje läsåret skall kunna ”addera och subtrahera tal med hjälp av skriftliga räknemetoder” inom talområdet 0-200, enligt Skolverkets hemsida (www.skolverket.se hämtat 2009-10-03). Redan vid tredje läsåret i skolan skall alltså eleverna ha en förståelse för subtraktion inom talområdet 0-200.

1.2 Litteraturgenomgång

De första åren i grundskolan är grundläggande för barnets framtida utveckling i olika skolämnen (Ahlberg, 2000). Gällande matematik formas barnens uppfattning och relation till matematik i de första skolåren. Hur barn förstår och lär sig räkna har väckt stort intresse och många frågeställningar inom den matematikdidaktiska forskningen, skriver Ahlberg (2000). Vidare menar författaren att barn redan i tidig ålder har många olika föreställningar av vad matematik är och på vilket sätt det kan användas. Ljungblad (2001) menar att barn formar sin antalsuppfattning och sin medvetenhet kring talens relationer på ett mycket komplext sätt. Ljungblad pekar på individualiseringen och förklarar att vi i val av räknemetoder är mycket individuella.

Johansson (2006) diskuterar i sin doktorsavhandling läroböckernas betydelse för lärandet och på vilket sätt lärarens undervisningssätt påverkar elevernas vidare utveckling. Mer om det under punkt 1.2.2 och 1.2.3. I följande stycken redogörs först för en grundläggande taluppfattning som eleverna behöver följt av olika subtraktionsstrategier samt lärares och läromedlens påverkan på lärandet och undervisningen.

1.2.1 Taluppfattning

För att kunna utveckla en matematisk förståelse, menar Reys (a.a.) (1995), förutsätts god taluppfattning. Taluppfattning innebär enligt Löwing och Kilborn (2003) att känna till talföljden med ett tals grannar och grannens grannar. Löwing (2008) menar också att elevens taluppfattning inkluderar en förståelse för kommutativa och associativa lagarna och kunna räkna i tiosteg, bakåt och framåt på talraden. Även uppdelning av tal i olika termer och tiokamraterna. Malmer (1999) anser att en tydlig förståelse för positionssystemet är viktigt för en fortsatt matematisk utveckling. Det vill säga att eleverna förstår ett tals värde och att siffrans position i ett tal bestämmer siffrans värde. I talen 4, 40 och 400 t.ex., har siffran fyra olika värde.

Olsson (2000) antyder att taluppfattning betonas mer idag än tidigare och att i USA används termen Number Sense, det vill säga en känsla om ett tal, som även påvisar hur det skall hanteras. Matematiken blir mer meningsfull med en fördjupad uppfattning av talen. En grundläggande taluppfattning är nödvändig för matematikens alla delar. I subtraktion är taluppfattningen viktig för förståelsen av tiotals- och hundratalsövergångar. Vidare skriver Olsson att räkning med tal kräver en talförståelse till skillnad från att räkna antal, som endast kräver att kunna räkna upp en räkneramsa.

1.2.2 Olika subtraktionsstrategier

Att barn lär sig på olika sätt är både lärare och pedagoger medvetna om. Men vilka strategier som är enklast att tillämpa och vilka man skall lära ut i klassrummet är värt att fördjupa sig i och ta reda på. De strategier som är vanligast är inte nödvändigtvis de lämpligaste att använda. Doverborg & Pramling-Samuelsson (2004) förtydligar att vissa räknemetoder är mer funktionella än andra. De menar att vissa barn räknar på ett alltför komplicerat sätt att när de möter svårare uppgifter ger de upp i ett tidigt skede.

Det vanligaste tillvägagångssättet för att lösa en uppgift bland 6 åringarna menar Ahlberg (2000) är att använda fingrarna. Det kan ske på en mängd olika sätt, genom att räkna alla talen på fingrarna, delmängden eller skillnaden. Ahlberg ger som exempel:

*Int. : Om du har 2 äpplen, och så får du 3 till, hur många har du då?
Karin: 5 (Räknar först två fingrar, 1, 2. Därefter 3 fingrar 1, 2, 3 och slutligen alla fingrarna 1, 2, 3, 4, 5.)*

(Ahlberg, 2000:45)

Sollervall (2007) belyser två olika räknemetoder inom subtraktion; borttagningsmetoden och utfyllnadsmetoden. Den förra minskar delmängden från helheten och räknar de återstående elementen. Den senare, utfyllnadsmetoden, används vid dels jämförelser där skillnaden mellan två tal utgör svaret. Sollervall illustrerar med en tallinje med exemplet $5 - 3$, där steget från tre till fyra är ett, och från fyra till fem är ett. Det vill säga svaret blir två. Sollervall menar också att det finns minst lika många sätt att räkna subtraktion som det finns för addition, men att vissa strategier är lättare att använda vid vissa uträkningar. Det gäller som lärare att belysa olika strategier och visa fördelar och nackdelar med användningen av strategierna.

Löwing (2008) et al, delar in metoderna i tre huvudkategorier, dvs räkna upp från en del till en helhet, dra bort från helheten och göra en jämförelse. Att räkna upp från en del till en helhet innebär att man söker den mängd som fattas mellan två tal, exempelvis $9 - 2$, kan också skrivas $2 + _ = 9$. Denna strategi visar att eleven har förstått sambandet mellan addition och subtraktion och att man genom att addera ett tal till ett annat kontrollerar subtraktionen mellan summan och en av termerna. Den andra metoden, att dra bort från helheten, innebär enligt författaren, att räkna bakåt, eller att minska från helheten genom att räkna minus. När eleven gör en jämförelse innebär det att eleven ser skillnaden, som kan ske på många sätt. Till exempel genom att dela upp talen för att få dem lika stora och sedan se hur mycket blir kvar av talet, ex. $19 - 8$ är det samma som $20 - 9$.

Löwing och Kilborn (2002) redogör för formell och informell subtraktion och betonar att konkretisera abstrakta algoritmer. Formella algoritmer innebär användningen av redan givna strategier, som till exempel uppställning vid $76 - 39$. Eftersom ett tiotal måste "växlas" till ental, blir det mycket att hålla reda på i huvudet. Löwing och Kilborn skiljer också på beräkningsmetoder och strategier där eleverna vid beräkning av uppgifter kombinerar olika metoder med strategierna. Inom subtraktion är en metod "runda tal", det vill säga 5, 10, 15, 20... osv. För att skapa runda tal används till exempel tiokamraterna, menar de. En annan metod innebär att ha en fast differens när man utför en beräkning, där talet förenklas i uträkningen genom att lägga till eller ta bort från båda talen i en subtraktion för att få fram differensen. Till exempel, i $39 - 14$ kan 1 läggas till på både subtrahenden och minuenden för

att uträkningen skall bli enklare, dvs $40 - 15$. Ytterligare ett exempel är talet $43 - 18$ där man drar bort 3 från båda termerna och får en enklare ekvation, $40 - 15$.

Doverborg & Pramling-Samuelsson (2004:59) redogör för sex olika subtraktionsstrategier hos femåriga förskolebarn i följande citat, där syftet är att räkna $5 - 2$;

- Petter: (sätter upp ena handen, viker ner två fingrar, ser att det är tre kvar) 3 kronor.
Nina: 3 kronor, för 2 och 2 är 4 och 1 krona till.
Nils: 3, 4, 5 det blir 3. (startar sin räkning på 3).
Lillemor: (räknar 1-5 på fingrarna, sedan 1-2 och viker ner två fingrar och räknar sedan de fingrar som är kvar) Det fattas 3 kronor.
Per: 3 blir 1, 4 blir 2, 5 blir 3 ... 3 blir det.

De flesta barnen använde sina fingrar som hjälpmedel för att komma fram till svaret eller räknar högt, förklarar Doverborg & Pramling-Samuelsson. Vidare menar de att Lillemors och Pers räknemetoder i det här fallet är både ”omständliga och tidsödande” (2004:59). De andra barnens strategier är mer rationella.

Löwing (2008) beskriver tre sätt att lösa subtraktion, alltså utifrån barnens uppfattning och synsätt. Det första sättet innebär att ta bort en i taget, exempelvis $9-2$, där $9-1$ är 8 och $9-2$ är alltså 7. I det här sättet att räkna blir det naturligt att använda fingrarna som hjälpmedel. Det andra sättet går ut på att hitta skillnaden mellan två olika tal genom att komplettera, det vill säga fylla i det som saknas i $7 + _ = 9$. Man räknar då uppåt från sju, som Sollervall (2007) benämnde utfyllnadsmetoden. Det tredje sättet är att utgå ifrån en jämförelse mellan två tal, där differensen efter jämförelsen utgör svaret, menar Löwing (2008). Utifrån exemplet ovan $9 - 2$ skulle jämförelsen bli, $2 - 2$, kvar finns 7 ($9 - 2 = 7$).

Svårigheter i subtraktion uppstår då barnen enbart har en ”ett- och eträkning”, skriver Olsson (2000). Det innebär att eleven räknar ett och ett nedåt och denna strategi blir både arbetskrävande och ohållbar i längden. Därför behöver barnen få flera strategier presenterade och hjälp att förstå grunderna i subtraktion.

Sammanfattningsvis utgår jag ifrån att det finns tre subtraktionsstrategier att anamma, alltså utfyllnadsmetoden, borttagningsmetoden och jämförelse. I alla dessa kan man använda fingrar, eller laborativt material, som hjälpmedel för att komma fram till rätt svar.

1.2.3 Pedagogens förhållningssätt och påverkan

Undervisning innebär att lärare eller pedagoger skapar situationer som gynnar barns lärande, menar Ahlberg (2000). Vidare förklarar Ahlberg att undervisningen påverkas mycket av lärarens attityd och erfarenhet. Den reflekterande läraren, som Ahlberg belyser, upptäcker sina egna tolkningsramar och funderar över varför hon tänker som hon gör. Det innebär i det här sammanhanget att läraren försöker ta barnets perspektiv genom att reflektera över hur barnen tänker och erfar undervisningen. Eftersom nya krav ställs på arbetet i förskola och skola ställs också nya krav på lärares kunnande (Ahlberg m.fl., 2000). Enligt Löwing och

Kilborn (2002) har stora förändringar skett i skolorna men att det dessvärre har blivit en försämring av undervisningen eftersom lärare inte ”hänger med i svängarna” (2003:43) och således söker sig till tidigare välkänd pedagogik, i stället för att bygga upp en undervisning kring de nya idéer som läroplanerna inger.

Ljungblad (2001) skriver att lärare och elever ofta har olika språk och uttryckssätt när de använder matematiskt språk. Malmer (1999) menar att många barn uppfattar matematiken som ett främmande språk. Därför är det viktigt att lärare är medvetna om att det som är naturligt matematikspråk kan eleverna uppfatta som obegripligt. Då kan lärare och pedagoger utifrån elevens perspektiv utforma undervisningen så att eleverna lär sig.

I matematikundervisningen menar Löwing (2008) att läraren måste förklara för eleverna och få dem att förstå att ett subtraktionstal kan svara mot alla tre strategier och utifrån det kan eleverna välja den lämpligaste strategin. Läraren skall i sin undervisning utveckla en förståelse hos eleverna för räknelagar och att subtraktion är omvänd addition. Många barn har med sig flera subtraktionsstrategier när de börjar skolan påpekar Kilborn (2002), men att de under första skolåren väljer att antingen bli ”uppåträknare” eller ”nedåträknare”. Kilborn tror att förklaringen ligger i att eleverna inte får flera strategier presenterade för sig i skolan. Detta ligger i lärarens ansvar att undervisa eleverna om. När eleverna inte förstår flera strategier får de problem att lösa en viss sorts uppgifter och uträkningarna blir därför invecklade. Löwing (2008) förklarar vidare att det är lärarens uppgift är att ta reda på hur eleverna uppfattar de olika subtraktionsstrategierna för att kunna rätta till felaktiga tankegångar.

Enligt Johansson (2006) pågår diskussioner i Sverige huruvida lärare i alltför stor utsträckning förlitar sig på läroböcker och hon refererar till en pågående undersökning i 40 svenska kommuner som hävdar att undervisningen i matematik, mer än något annat skolämne, förlitar sig på användningen av läroböcker (Johansson, 2006:6).

1.2.4 Läroböcker

I många matematikböcker börjar introduktionen till matematik med addition, skriver Ljungblad (2001). Vidare menar författaren att laborativa övningar införs som en komplettering till undervisningen. Ljungblad menar att det leder elevernas tankegångar till ett tänkande i led, att $2 + 3 = 5$. Eftersom många lärare är bundna vid läroboken och känner sig trygga med ett material blir även undervisningen i stor utsträckning baserad på läroboken. Ljungblad tror att skolan skulle vinna på att utforma tunna och grundläggande böcker för varje skolår, för att få tid att diskutera och arbeta gemensamt utanför matematikboken. Många lärare väljer därför idag att under första, och kanske andra, skolåret att inte arbeta utifrån ett läromedel utan koncentrerar sig på antalsuppfattning, taluppfattning och problemlösning på olika nivåer.

Enligt Ljung och Pettersson (1990) visar undersökningar på att eleverna i grundskolan använder läroboken på lektionerna i stor omfattning (Ahlberg, 2000). Andra undersökningar, menar Ahlberg (2000), tyder på att lärare anser att matematik, i förhållandet till andra ämnen, är lätt att undervisa i. Vidare frågar sig Ahlberg om det inte är så att lärare i för stor utsträckning lutar sig på läroboken och låter den styra undervisningen helt. Författaren anser

därför att lärare är tvungna att ha tydliga mål för undervisningen och att de som använder sig av lärobok inte skall låta den styra undervisningen. Det förekommer grundläggande tre olika sätt på vilka man kan följa läroböcker. För det första använder en del lärare boken som den enda utgångspunkten, där undervisningen generellt inte knyter an till elevens egna erfarenheter. För det andra fungerar läroboken som den huvudsakliga utgångspunkten, men lärare försöker utgå från elevernas tankar ibland. Den tredje sätt för användningen av läromedel i skolan har sin utgångspunkt i barnens erfarenheter där lärare planerar och lägger upp undervisningen utan en särskild lärobok. Lärare kan alltså utgå från olika sätt att tillägna sig läroboken. Ahlberg (2000) tillägger däremot att vissa lärare får möta olika reaktioner från föräldrarna som ofta utgår från sin egen skoltid. Å andra sidan är många barn upprymda över sin matematikbok de första åren i skolan.

Johansson (2006) anser att läroböcker skall vara ett redskap som skall underlätta lärares arbete. Vidare menar författaren att i matematikens historia har läroböcker blivit utformade av matematiker som haft en framträdande ställning. Ljungblad (2001) menar att det är ett problem eftersom matematikens grunder inte är svåra för dem och därför använder de många gånger ett svårare språk.

Sammanfattningsvis är det lärarens och skolans ansvar att eleverna får möjlighet att lära sig olika räknestrategier oavsett om undervisningen utgår från lärobok eller lärarens eget upplägg.

1.3 Syfte

I examensarbetet ligger fokuset på att ta reda på hur barn tänker matematik i avseende på subtraktionsstrategier och om hur matematik uppfattas av eleverna. Syftet med arbetet är alltså att undersöka vilka strategier elever använder sig av, vilka som är vanligast och om det finns en skillnad mellan vilka strategier flickor respektive pojkar väljer. Arbetet undersöker också hur subtraktion presenteras för barnen och hur stor inverkan lärare och pedagoger, samt läroböckerna har för elevernas val av strategier.

Därför har följande frågeställningar framställts.

1.4 Frågeställningar

Denna undersökning vill ge svar på följande frågeställningar:

- 1) Vilka subtraktionsstrategier använder sig eleverna av för att lösa problem?
- 2) Uppfattas subtraktion svårare i jämförelse med addition enligt elever och lärare?
- 3) Skiljer sig flickor och pojkars strategier åt?
- 4) Hur stor inverkan har lärares/pedagogers undervisningsupplägg för inläring av subtraktion?

2 METOD

Om man vill ta reda på vad och hur barn tänker, måste man ställa dem inför situationer där de behöver tänka, förklarar Doverborg & Pramling-Samuelsson (2004). Därför är metoden som

användes vid undersökningen kvalitativa intervjuer, bland elever och lärare, samt analys av skolmaterialet som användes på skolorna. Eftersom syftet var att ta reda på vilka subtraktionsstrategier som är vanligast i tidiga år valdes en kvalitativ studie. Johansson och Svedner (2004) tar upp två olika typer av intervju. Det vill säga strukturerad intervju, vilket innebär att man utgår från färdiga frågor, samt kvalitativ intervju – med friare formulerade frågor. Enligt Stukát (2005) ger kvalitativt synsätt utrymme för den som undersöker att tolka resultatet för att få en djupare förståelse. Det är däremot inte alltid möjligt att dra generella slutsatser när man utför kvalitativa studier, men arbets sättet, menar Stukát, är det viktigaste arbetsredskapen inom utbildningsvetenskap eftersom intervjuaren får ett mer uttömmande svar än med kvantitativa metoderna. Om man vill veta hur barn tänker måste man som intervjuare ge tid till eleverna att berätta, förklarar Doverborg & Pramling-Samuelsson (2004). Vidare menar författarna att man i intervjuer kan utgå just från ett berättande, det vill säga där eleven själv berättar vad han har lärt sig, genom att intervjuaren ställer uppmuntrande frågor. Till exempel kan frågor ställas som: ”Berätta för mig när du brukar räkna” (2004:34). I den kvalitativa intervjun är frågeområdena bestämda men frågorna kan variera utifrån svaren som den intervjuade ger, förklarar Johansson och Svedner (2004). Doverborg och Pramling-Samuelsson (2004) menar också att om man ställer samma frågor i olika sammanhang får man ett större perspektiv på hur barnen tänker. Samma fråga kan verka mer begriplig i ett annat sammanhang. I förskolan är det inte så många barn som kan svara rätt på vad tio minus sex är, medan de flesta förskolebarn förstår hur mycket man har kvar om man har tio kronor och köper en glass för sex kronor. Doverborg och Pramling-Samuelsson refererar till Hughes (1986) när de förklarar att fler barn klarar av uppgiften om den ställs i ett för barnet känt sammanhang (2004:38).

”Att intervjua barn för att få veta hur de uppfattar och tänker om sina erfarenheter är en förutsättning för att nå målen i den pedagogiska verksamheten” skriver Doverborg och Pramling-Samuelsson (2004:25). Det innebär att samtalet med barnen kan väcka upp nya tankemönster hos honom eller henne. I klassrummet måste ges utrymme för reflektioner och att utveckla sitt tänkande, vilket är pedagogens ansvar att förverkliga. Barnen bör få ”tankemässiga utmaningar” för eleven bekanta situationer för att hjälpa utvecklingen av ett matematiskt tänkande, skriver Doverborg och Pramling-Samuelsson (2004).

I detta arbete är det inte möjligt att generalisera på grund av det begränsade urvalet.

2.1 Urval

I elevintervjuerna deltog sammanlagt 59 barn på dels förskola, dels första åren i grundskola, det vill säga en årskurs etta och två klasser i årskurs två. Intervjuerna utfördes i grupper på förmiddagen med tre till fem barn i varje grupp. I undersökningen deltog två olika skolor på Åland samt två förskolegrupper på samma förskoleverksamhet. Platserna valdes utifrån tidigare kontakt och erfarenhet som jag hade till dessa platser och samarbete med lärare och skolorna. Tre lärare intervjuades från skolklasserna för att få ett lärarperspektiv. Innan intervjuerna påbörjades förklarades i helgrupp syftet med undersökningen och examensarbetet. Barnen informerades om att intervjuerna var frivilliga och att eleverna när som helst under intervjun fick avbryta om de så ville. I informationsbrevet till föräldrarna (se bilaga A och B) framkom att barnen skulle förbli anonyma i min uppsats och det fanns inget krav att barnen skulle ställa upp i intervjuerna. Två barn avbröt under ett intervjutillfälle av

ointresse att delta. Barnens reflektioner och tankar har värderats jämlikt och analyserats utifrån gemensamma utgångspunkter. Flickor och pojkar har getts samma förutsättningar att visa vad de kan.

För att ha möjlighet att dra generella slutsatser för barns subtraktionstankar på Åland skulle ett större urval behövas ifrån flera skolor.

2.2 Datainsamlingsmetoder

Undersökningen utgick från kvalitativa intervjuer med elever och tre klasslärare. Barnintervjuerna spelades in på bandspelare och under lärarintervjuerna fördes anteckningar.

Frågor som barnintervjuerna grundade sig på:

- Vad tycker du om matematik? Varför tycker du så?
- Beror det på om man är bra på matematik om man tycker det är roligt?
- Hur räknar du addition, det vill säga plus? Och hur räknar du subtraktion, minus?
- Vilket är svårare? Varför?

Frågorna ställdes under intervjuerna med olika vinklingar, det vill säga beroende på intervjuens utformning ändrades ordningen på frågorna, och utifrån elevernas svar. Förskolebarnen ville gärna börja med att berätta hur mycket de kunde räkna till och utifrån det frågade jag då om de kunde räkna bakåt också. Vidare ställdes olika frågor till olika barn för att få ett spontant samtal kring subtraktion. En del av grupperna inleddes med övningsuppgifter för att barnen direkt skulle få visa vilka räknemetoder de använde. De övningar som utfördes under intervjun för förskolebarnen var enkla subtraktionsuppgifter som illustrerades med laborativt material, det vill säga, pengar, kulor, multiklossar och vindruvor i papper.

I den första övningen tilldelades barnen 6, 10 eller 15 euro. Med dessa lekte vi kiosk. Barnen fick på låtsas köpa saker från en prislista och betala och säga hur mycket de skulle få i växelpengar. Barnen fick räkna om de hade råd med flera saker än en, osv.. En av uppgifterna gick till så att tio ”vindruvor” placerades på bordet varav ett visst antal täcktes över och barnen fick då berätta hur många som var övertäckta. Exempelvis låg 10 först synliga, följt av att 6 snabbt täcktes för och eleverna fick se att 4 fortfarande låg synliga. Därefter frågades eleverna hur många som var övertäckta där rätt svar var 6.

För skolbarnen i årskurs två, främst, gavs subtraktionsuppgifterna som följer;

- 1) **16 – 4**, vilken uppmuntrar till ”ta bort”
- 2) **71 – 68**, vilken uppmuntrar till att ”lägga till” eller ”räkna uppåt”
- 3) **89 – 16**, vilken uppmuntrar till att räkna tiotal och ental skilt.

Lärlarintervjuerna utfördes med lärarna till elevgrupperna och utgick från följande frågor:

- Hur länge har du arbetat som lärare?
- Hur presenterar du addition och subtraktion för eleverna?

- Är undervisningen läroboksstyrd, använder du eget material, använder du laborativt material, i så fall vad?
- Vilka subtraktionsstrategier visar du för barnen?
- Anser du att subtraktion är svårare för barnen att förstå och lära sig i jämförelse med de övriga räknesätten?
- Vilka strategier tror du att är vanligast bland barnen?
- Hur upptäcker och hjälper ni barn med svårigheter i matematik?
- Tror du att det är någon skillnad på vilka subtraktionsstrategier som pojkar respektive flickor använder sig av?

Om någon av lärarna inte förstod frågan försökte jag förtydliga den genom att ge ett exempel. Givetvis fanns risken att jag som intervjuare lotsade den intervjuade, men jag försökte få fram ett genuint svar av alla lärarna. Lärarintervjuerna var mer strukturerade med frågorna men utgick ändå mer från en diskussion kring subtraktion från ett lärarperspektiv.

2.3 Procedur

I följande stycken redovisas hur proceduren rent praktiskt har gått till gällande datainsamlingen.

Lärare kontaktades och informerades ungefär en vecka i förväg och ombads att skicka hem ett brev till föräldrarna med barnen. Intervjuerna utfördes i grupper om fyra eller tre (vid ett tillfälle var det fem elever), dels för att barnen skulle få möjlighet att uppmuntra varandra till diskussion, främst med de blyga barnen i beaktandet, dels på grund av tidsbrist. För att få ett så stort underlag som möjligt gjordes små intervjugrupper.

Varje elevintervju utfördes på skoltid i ett grupprum, som tidigare nämnts, där eleverna delades in i grupper. Elevintervjuerna inleddes med samtal kring elevernas förhållningssätt till matematik i allmänhet där eleverna fick förklara om de tyckte om matematik eller inte och varför. Som intervjuare ställde jag följdfrågor utifrån elevernas svar, till exempel ”varför”, ”varför inte”, ”hur menar du”, ”kan du förklara”, för att få tydligare svar. I intervjun fick eleverna utföra enkla matematikövningar med laborativt material för att förklara och tydliggöra sina tankeprocesser på ett konkret sätt. För att det skulle vara givande för barnen hade jag skrivit en prislista som eleverna fick utgå ifrån. Barnen fick leksakspengar att, på låtsas, köpa olika saker och på så sätt subtrahera och visa enkla räknemetoder. I intervjuerna användes också glaskulor och pappers-vindruvor för att synliggöra subtraktion och ge eleverna tillfälle att visa sina subtraktionsstrategier. I en övning lades ett antal ”vindruvor” på bordet, dessa räknades varefter en del av dessa gömdes under en bordduk. Exempelvis lades tio synliga vindruvor på bordet, som räknades gemensamt. Sedan gömdes fyra stycken under bordduken och eleverna fick nu säga hur många som var gömda genom att räkna de som var synliga, det vill säga sex.

Lärarintervjuerna utgick från mer strukturerade frågor där följdfrågor ställdes utifrån lärarnas svar (se bilaga 1).

2.4 Analysmetoder

Arbetet utgår från kvalitativa intervjuer som är utformat som en fallstudie, som alltså inriktar sig på ett par verksamheter. Arbetet har således en fenomenografisk synvinkel där syftet är att undersöka hur eleverna tänker subtraktion och vilka strategier eleverna använder.

Grundtanken i ett fenomenologiskt arbetssätt är att hitta gemensamma uppfattningar om ett ämne utifrån ett andrahandsperspektiv. En observatör, intervjuare eller forskare beskriver de intervjuades uppfattningar kring ett fenomen. En viktig aspekt i en sådan studie är att finna många olika uppfattningar och i det ta fram en gemensam utgångspunkt. Fenomenografiskt perspektiv presenterar olika uppfattningar. (Johansson och Svedner 2008, Johansson, 2006, et al.).

2.4.1 Reliabilitet och Validitet

Eftersom syftet var att ta reda på vilka subtraktionsstrategier eleverna använde sig av var kvalitativa intervjuer en metod som jag ansåg lämplig. Intervjuerna utfördes på skoltid, i de flesta fall under en matematiklektion. De grupper som intervjuades under svenskalektion kan i viss mån påverkat elevernas svar då de inte var inställda på att ha matematik. Intervjuerna utfördes i grupprum men med en grupp vid ett bord i korridoren. Detta påverkade också barnen, trots att platsen var avlägsen och inga störande objekt fanns i närheten, eftersom barnen är vana att räkna och arbeta i klassrummet.

Samtliga intervjuer genomfördes varken tidigt på morgonen eller sent på eftermiddagen och därför finns en gemensam utgångspunkt för alla svar utifrån tiden på dygnet.

För att få en noggrannhet i svar och större tillförlitlighet i resultatet hade enkäter kunnat genomföras. Detta gjordes inte på grund av tidsbrist och skulle utföras i eventuella fortsatta undersökningar. Metoden som användes gav därför inte fullständiga och exakta svar utan mer generella svar från barngrupperna på dessa verksamheter.

Med ett underlag från lärarintervjuer och analys av läromedel samt en genomgående studie av populärvetenskaplig litteratur har jag fått ett relativt stort underlag för mitt arbete.

3 RESULTAT

Resultatavsnittet är indelat i fyra delar där frågeställningarna utgör rubrikerna till varsitt avsnitt. I resultaten redovisas de svar som eleverna gett. Under varje rubrik finns även lärarperspektivet som en underrubrik, där frågorna diskuteras utifrån lärarintervjuerna och deras svar på frågorna. Ytterligare en underrubrik utgör analys av läromedlen.

3.1 Vilka subtraktionsstrategier använder sig eleverna av?

Av de 59 barn som intervjuades har det inte tydligt framkommit vilka som använder vilken metod, men metoden som var framträdande var borttagningsmetoden. Jag har utgått från de

metoder som Löwing (2008) et al, presenterar. Det vill säga räkna uppåt från delmängden, dra bort från helheten och göra en jämförelse. Sollervall (2007) benämnde dem utfyllnadsmetoden, bottagningsmetoden och jämförelse.

När barn använder sig av att räkna uppåt från delmängden räknar de plus i subtraktionsuppgifter. Givetvis förstår inte alla barn automatiskt sambandet mellan subtraktion och addition bara för att de använder den här strategin (Löwing 2008). Den här första strategin använde generellt inte förskolebarnen, men några av dem visade att de förstod sambandet mellan addition och subtraktion. Några barn som använde sig av matematikboken ”Tänk och räkna” förstod sambandet mellan addition och subtraktion och kunde alltså räkna uppåt från en delmängd.

En elevgrupp i årskurs två, som använde sig av boken ”Min matematik”, blev tillfrågad att förklara hur $71 - 68$ skulle räknas, som uppmuntrar till att räkna uppåt. Diskussionen utformades enligt följande:

- F1: Det går lättare i matteboken
I: Är det någon annan som kan räkna ut det?
P1: Jag räknar tiotalen först ...
F2: [namn på läraren] Fröken ”... säger att vi alltid ska börja med entalen”
P1: Ja, okej, jag räknar $1 - 8$.. och eftersom det inte går .. blir det $11 - 8$ som är tre .. och sen är det 6 kvar på tiotalen.

Ytterligare en elev hade lärt sig ställa upp subtraktion och räkna med lån, och demonstrerade detta för resten av gruppen på tavlan.

Den andra strategin innebär att minska helheten med den givna delen. I intervjuerna framkom det att denna strategi var den mest förekommande bland eleverna. Förskolebarnen räknade oftast hela mängden med hjälp av fingrarna eller pekräkning, varefter de räknade delmängden och tog bort den. Slutligen räknades de återstående elementen, vilket utgjorde svaret. Många elever i första och andra klass klarade av att dela tal i ental och tiotal, ex. $23 - 16$, där de räknade $23 - 10$, och $13 - 6$. Större tal blir givetvis svårare att räkna med strategin ”ta bort”, och på förskolan gavs i intervjuerna endast tal mellan talområdet 0-10.

Den sista strategin, jämförelse, visar att eleverna har en förståelse av talen som skall räknas. Barnen i förskola och årskurs ett har svårare att förklara hur de jämför olika tal. I intervjuerna i årskurs två förklarade några elever att de jämförde talen och kunde se skillnaden. I en av grupperna förklarade en flicka hur hon tänkte $16 - 4$, med jämförelse:

- Intervjuaren: Hur tänkte du?
Flicka: 16 blir 5 och 5 och 6 . Sen tar man bort 1 och sen 3 och det blir tolv.

Samma uppgift löstes av en pojke med följande strategi:

- Pojke: 10 och 6 , $10 - 4$, tiokamraterna, $6 + 6 = 12$. Det vet jag.

I en av förskolegrupperna frågade jag hur man räknar sex minus fyra, varpå en elev svarade: ”Jag kan bara räkna plus”. Med hjälp av laborativa material visade hon dock på en förståelse av att sex euro minus fyra euro var två euro.

Många barn tog hjälp av fingrarna för att räkna i talområdet 0-10. På frågan vad man gör om talet går över tio svarade en flicka: ”Då tar jag fram tårna”. Den flickan i årskurs två hade fortfarande en begränsad taluppfattning där hon behövde konkretisera talen med hjälp av laborativt material, eller fingrarna och tårna. För de barn som gick i årskurs ett var det vanligt förekommande att använda tiokamraterna för att lösa uppgifterna, vilket är förståeligt eftersom matematikundervisningen koncentreras kring tiokamraterna.

Sammanfattningsvis hade eleverna i skolklasserna svårt med tiotalsovergång vid 71 – 68 och såg inte differensen tre. Ingen elev lade till eller räknade uppåt från den lägre termen. Men några förklarade att de var bekanta med det sättet. I beräkningen av $16 - 4$ var det förvånansvärt många som pekräknade med hjälp av laborativt material. En elev använde tiokamraterna och gjorde på så sätt en jämförelse. $10 - 4 = 6$, $6 + 6 = 12$. När eleverna skulle lösa en svårare uppgift $89 - 16$, gav många upp i tidigt skede och det var inte många som ville lösa den. Med viss hjälp kunde de dela upp talet i tiotal och ental vilket var tanken med räkneuppgiften.

3.1.1 Lärarperspektiv

Lärarna har jag valt att benämna Lärare 1, Lärare 2 och Lärare 3 för att förenkla sammanställningen. De intervjuade lärarna är alla kvinnliga med olika arbetserfarenheter. Lärare 1 har längst arbetserfarenhet då hon arbetat 31 år som klasslärare och dessutom IT-handledare. Lärare 2 har varit aktiv lärare i 17 år, med undantag för moderskapsledighet, och är nu lärare för en etta. Lärare 3 har arbetat som klasslärare två läsår i en årskurs fyra och femma. För tillfället undervisar hon andraklassare.

I intervjuerna framkom att undervisningen för alla tre lärare är mycket läroboksstyrt och att de önskar att undervisningen skulle vara friare men att det är svårt att få tiden att räcka till för planering och upplägg. Däremot lyfter alla lärare fram egna exempel och använder sig av laborativa övningar eller matematiklekar för att förstärka undervisningen. Lärare 1 utgår från läroboken ”Min Matematik” (Asiakainen et.al. 2003) och anser att läromedlet är mycket givande, välutarbetat material men också krävande. Samtidigt anser hon sig vara låst vid materialet men att det är mångsidigt att arbeta med. Lärare 2 arbetar också läroboksstyrt i undervisningen men utgår från läromedlet ”Tänk och Räkna” (Häggbloom & Hartikainen, 1998). Hon påpekar att undervisningen blir låst vid läromedlet på grund av att det finns så många delar som måste beröras i undervisningen och att det dessutom är tidskrävande att arbeta fram ett eget material. Hon har arbetat med ett annat material och tycker att det finns andra läroböcker som hon hellre skulle vilja arbeta med, men att hela skolan arbetar med samma material. Lärare 3 arbetar på samma skola, och har därför samma läromedel som Lärare 2. Lärare 3 anser också att lärarhandledningen ger en kvalitativ grund att utgå ifrån med förslag på undervisningsupplägg.

På frågan vilka strategier som är mest förekommande svarar Lärare 3 att räkna uppåt, det vill säga ”plus”, är förekommande för vissa barn. I undervisningen, gällande subtraktion, pekar hon på att eleverna skall utgå från det tal som är större och ta bort det mindre. Hon betonar också användningen av konkret materiel. Alla lärare är överens om att det är vanligt att ta fingrarna som hjälpmedel vid beräkningar. Lärare 1 och Lärare 2 anser att eleverna oftast väljer borttagningsmetoden, där man räknar nedåt ett i taget. Lärare 1 tillade att det blir svårt för barnen att räkna nedåt när de behandlar stora tal och stora differenser. Det är tidskrävande, vilket Doverborg och Pramling-Samuelsson (2004) också menade.

Eftersom ”tiokamraterna” presenteras i årskurs ett och eleverna får bekanta sig med att räkna med ”tioparen”, blir jämförelser en metod som eleverna kan använda sig av, menar Lärare 3. Lärare 2 och Lärare 3 betonar att samtala om och kring matematik för att eleverna skall få en matematisk förståelse. Alla lärarna menar också att eleverna skall få så många olika metoder att räkna utifrån för att sedan kunna avgöra vilka strategier som är de mest lämpliga att använda i de olika uppgifterna.

3.1.2 Perspektiv utifrån läromedlen

Det första materialet har analyserats i samband med detta arbete är, som tidigare nämnts, ”Min Matematik”, (av Schildts förlag med Asikainen, Törnroos, Wikström & Westerlund som författare), utgiven år 2003. Läromedlet är inriktat på elever från årskurs 1 till 6. Det andra materialet som har analyserats är ”Tänk och Räkna” (av Söderströms & Co Förlag), från 1998. Båda materialen har i de första åren två läroböcker per läsår. Det vill säga 1a och 1b, 2a och 2b och 3a och 3b, och en lärarhandledning för varje läsår. Här nedan följer en analys av läroböckerna och vilka strategier det är tänkt att eleverna ska använda sig av.

3.1.2.1 Min matematik

Läromedlet ger läsaren ett tydligt intryck av materialet med färgglada sidor, varierande uppgifter, olika övningar där eleven inte enbart skall räkna utan även färglägga och fylla i mönster etc.. Varje kapitel börjas med en räkneseiga, och i lärarhandledningen finns ett lektionsförslag på upplägg. Efter varje kapitel finns tilläggsuppgifter och ”träna”-uppgifter. Läromedlet presenterar subtraktion och addition skilt under egna rubriker. I första läroboken, 1a, presenteras subtraktion som en egen rubrik i kapitel 2:14, på sidan 54, det vill säga närmare slutet. Med andra ord presenteras subtraktion för första gången i slutet av höstterminen utifrån detta materialet. Överst på sidan finns en ruta med ett exempel på en räkneuppgift;

$$\begin{array}{ccccccc}
 4 & & - & & 1 & & = & & 3 \\
 \text{fyra} & & \text{minus} & & \text{ett} & & \text{är lika med} & & \text{tre}
 \end{array}$$

Sedan följer enkla subtraktionsövningar där eleven skall fylla i rätt svar i rutor, eller rita rätt antal steg som differensen antyder.

I slutet på årskurs ett, i boken 1b, skall eleven klara av att förklara grundläggande subtraktionsoperationer som han utför med hjälp av ”räkneberättelser” samt klara av uppgifter i talområdet 0 – 100. Exempelvis;

$$10 - 7 = _ , 70 - 4 = _ , 49 - 3 = _ \text{ osv.}$$

(s.194)

Läroboken i årskurs två inleder med att repetera addition och subtraktion, där eleven uppmanas att rita bollar, arbeta med tioparen utifrån enkla räkneuppgifter, som $3 + 7 = _$. I kapitel 2 ”Vi repeterar subtraktion” får eleverna fylla i uppgifter som illustreras med bilder, ex $13 - 4 = _$.

I slutet av boken, det vill säga i slutet av höstterminen i årskurs två, är det tänkt att eleven skall kunna räkna $90 - 58$, $98 - 47$ och fylla i nästa tal i en talserie, exempelvis den nedan:

$$86, 84, _, _, _, _.$$

I materialet framkommer det att det är tänkt att eleven skall använda olika strategier, dvs utfyllnadsmetoden, bottagningsmetoden och jämförelser vid beräkningar av uppgifterna. Däremot finns ingen koppling till addition och subtraktion som omvänd addition. Å andra sidan ges en tydlig förklaring över positionssystemet med tiotal och ental och övergångar.

3.1.2.2 Tänk och räkna

De läromedel, inom serien ”Tänk av Räkna”, som jag valt att analysera är den fjärde upplagan. I serien för årskurs ett ingår böckerna 1a och 1b, samt Tankenötter 1, Utvärdering 1, Lärarhandledning 1 och svarsböcker till elevböckerna 1a och 1b. Det är tänkt att varje lektion skall inledas med gemensamma laborationer som beskrivs i lärarhandledningen. I slutet av boken finns Träna, det vill säga rutinuppgifter för vidare träning, som hör till de olika kapitlen. Det finns även en fördjupning efter varje kapitel som skall träna elevens mekaniska räkning och problemlösning.

Subtraktion introduceras i samband med addition på sidan 24, på följande sätt;

Addition	Subtraktion
+ plus	- minus
$1 + 2 = 3$	$3 - 2 = 1$

(sid. 24)

Till detta finn också en illustrativ bild. Läromedlet arbetar utifrån siffrorna och siffrornas betydelse. Eleven uppmanas till att ”undersöka talet 3” där det är tänkt att eleven skall skriva $3 + 0 = 3$, $2 + 1 = 3$, $1 + 2 = 3$ och $0 + 3 = 3$, och bredvid finns en liknande övning för subtraktion med talet 3. I slutet av första boken, 1a, skall eleven fylla i övningar som: $10 - 5 - _ = 1$, samt rita räknasagor utifrån operationen $10 - 3$, samt lösa textuppgifter med likartade övningar.

Under årskurs två kommer barnet i kontakt med subtraktion redan vid första uppslaget under rubriken ”Använd talen upp till 20”, med uppgiften: ”Skriv en räknasaga om $15 - 9$ ”. I samklang med addition och subtraktion presenteras också första multiplikationstabellerna och division upp till 20. Eleven skall under hösten utveckla en förståelse att räkna med tiotalsövergång och ”Tiototal och ental med lån” fungerar som en rubrik på sidan 78. I slutet av

årskurs två ges eleven möjlighet att kontrollera subtraktion med addition och boken 2b innefattar talområdet 0 – 1000. Uppgifter kan vara $1000 - 1$ eller $780 - 65$ etc.. Mycket träning i olika övningsformer.

Eleven uppmanas använda utfyllnadsmetoden, vilken Sollervall (2007) beskrev, i flera uppgifter men även borttagningsmetoden uppmanas att använda till exempel i uträkningen av $1000 - 1$ som ovan. Eleven får också träna på talförståelse och jämförelser mellan talen.

3.2 Uppfattas subtraktion svårare än addition, för eleverna?

I intervjuerna fick barnen berätta sitt förhållningssätt till matematik och frågor ställdes om barnen tyckte det var roligt med ämnet matematik, om det ansågs lätt eller svårt och varför de tyckte så. Utifrån intervjuerna har jag tolkat elevernas uppfattning som att det i stor utsträckning är roligt med matematik, men att det för många uppfattas svårt. De som inte tycker att matematik är roligt, anser inte heller att det är ett lätt ämne. Det vill säga, jag kan dra en slutsats att alla elever inte tycker om matematik, och de som inte gör det, har ofta också svårt med matematik. Däremot tycker en stor del av de intervjuade att matematik är roligt, trots att det är svårt. Och ytterligare en kategori anser att det både är roligt och lätt med matematik.

En elev i årskurs två förklarade specifikt hur hon uppfattade matematik att ”minus är svårare än plus”, varpå en i samma intervjugrupp kontrade med att säga; ”Jag tycker addition är svårare än subtraktion”.

Utifrån lärarintervjuerna framgick att det är individuellt hur man uppfattar de fyra räknesätten. En av lärarna (3) ansåg att det var vanligast med svårigheter i division, men i tidiga år är undervisningen begränsad till subtraktion och addition. Lärare 1 trodde inte att subtraktion var svårare än addition i beräkningar av små tal, men att det vid uppställning och övergångar av tiotal och hundratal skapar svårigheter. Vidare menade hon att eleverna blir ”lyckliga” när de lär sig ställa upp, och jag uppfattade som att eleverna tyckte det blev lättare än att räkna huvudräkning. I tidiga år kan både subtraktion och addition vara svårt för barnen att förstå, enligt Lärare 2. Beroende på hur läroböckerna presenterar subtraktion respektive addition är också en bidragande faktor på vilket sätt eleverna uppfattar och lär sig matematik.

3.3 Skiljer sig flickors och pojkars strategier åt?

Undersökningen fokuserade också på om flickor och pojkars strategier skiljde sig åt gällande vilka strategier och räknemetoder som valdes. I barnintervjuerna har inte framkommit att pojkars och flickors räknemetoder skulle skilja sig åt utan är individuella. De metoder som barnen använder sig av beror främst på vilka strategier som har blivit presenterade åt dem i klassrummet, utifrån läroböcker eller i hemmet.

I *förskolan* använde sig några barn av borttagningsmetoden, vilken var den mest framträdande på skolorna också, och de flesta använde fingrarna som hjälpmedel. I förskoleåldern har barnen arbetat med matematiklekar och inte kommit i kontakt med den matematiska terminologin. Barnen var ivriga att demonstrera en talrams där de ”räknade” uppåt. En elev började talramsens och hoppade över ett tal, varpå de andra i den gruppen korrigerade honom.

I en annan grupp ville en flicka demonstrera hur långt hon kunde räkna och alla barnen räknade högt i en kör till hundra. Jag frågade om de kunde räkna bakåt också, men det var bara ett barn, av de tillfrågade, på förskolan som kunde räkna från 10 nedåt. När övningarna gjordes under intervjun såg jag ingen markant skillnad mellan de strategier flickorna respektive pojkarna använde sig av. Å andra sidan var det många av barnen som inte kunde förklara hur de tänkte.

I *första klass* hade läraren arbetat med talområdet 0-5, och därför var det svårt för vissa barn med tal som hade ett högre talvärde. I intervjuerna var det mycket individuellt vilka strategier och metoder som barnen använde. Någon könsskillnad i val av strategi uppmärksammades inte.

I *årskurs två* hade jag en grupp med enbart flickor och i en annan grupp enbart pojkar. Men inte heller då observerades några skillnader på strategier som de använde. Barnen har olika matematiska erfarenheter, där vissa har arbetat redan på förskola med matematik och andra inte. Vissa har större motivation att lära och lättare att förstå än andra. De barn som var duktiga ville gärna visa det, och pojkar i andra klass var mer benägna att ta för sig och börja förklara. Däremot visade några flickor på en välutvecklad matematisk förmåga. En flicka hade lärt sig hemma att ställa upp subtraktion och visade det för resten av intervjugruppen.

Lärare 2 anser att inläringen för flickor och pojkar är individuellt och inte genusberoende, men hon menar också att pojkar tar för sig. Lärare 2 hävdade också att pojkar tar för sig även i lekar och laborativa övningar, och trodde att det berodde på att de är orädda och frimodigare att "ta för sig". Lärare 1 och Lärare 3 hade inte reflekterat kring skillnaderna mellan flickor och pojkars val av strategier och metoder, men ingen av dem ansåg att det var genusbestämt. Lärare 1 (som hade en årskurs tvåa) sade att många av eleverna använder sig av flera metoder, och att det också bidrog till att det var svårt att se någon könsuppdelning av strategierna.

3.4 Hur stor inverkan har lärares/pedagogers undervisningsupplägg för inläring av subtraktion?

Alla tre intervjuade lärare arbetar med att presentera flera subtraktionsstrategier för barnen och uppmuntrar till att tänka på fler sätt. Alla tre lärare använde också matematikboken flitigt med egna exempel. Lärare 1, som använde läromedlet "Min matematik", ansåg att materialet var så pass välutvecklat att varje lektion också var välutformad för att skapa en förståelse hos barnen. Däremot inväntade hon de elever som arbetade lite långsammare, innan hon introducerade ett nytt kapitel. Lärare 2 och Lärare 3 använde samma matematikserie och konstaterade att upplägget var pedagogiskt men att det i materialet fanns brister. Därför användes egna exempel flitigt. Eftersom de läromedel som barnen använder blir också de strategier som materialet presenterar de enda eleverna arbetar utifrån.

Det fanns en viss skillnad mellan de årskurs tvåor som arbetade utifrån olika material. Barnen som arbetade med "Min matematik" hade inte lika stor uppfattning om subtraktionens samband med addition.

Johansson (2006) hävdade att pojkar, i synnerhet i högre ålder, har lättare för matematik då de inte strategiskt följer lärares systematiska upplägg av undervisningen. Det förefaller sig som

om lärares undervisning har en stor inverkan på lärare samtidigt som elevernas intresse och utveckling i matematiska strategier har många bidragande faktorer.

4 DISKUSSION

4.1 Skolans och lärarens ansvar

I inledningen konstaterades att de första åren i skolan är viktiga för en fortsatt utveckling (Ahlberg 2000) och att lärare och pedagoger gör ett viktigt arbete (Kilborn och Löwing, 2002). Enligt Lpfö 98 (NCM, 2000) skall förskolan ge barnen möjlighet att utveckla en egen förståelse för matematik för att sedan kunna tillämpa detta i vardagssituationer. Det är således viktigt för lärare att ge en gedigen grund för matematiken med många räknemetoder och en grundläggande taluppfattning.

Lärarens undervisningsupplägg har betydelse för barnens etablering av strategierna i subtraktion och behöver därför få en god pedagogisk grund. Löwing och Kilborn (2002) menar att lärare inte hänger med i den utveckling som ständigt pågår. En betydande fråga som lärarna kan ställa i klassrummet är ”hur tänkte du?” för att få eleverna att själva förklara hur de räknar subtraktion. Det matematiska språket, menar Ljungblad (2007) har också en stor påverkan på elevernas inläring av subtraktion. Lärare och läroböcker har ofta ett komplicerat matematiskt språk, vilket försvårar inläringen av subtraktion. Den matematiska terminologin är ett nytt språk som eleverna behöver lära sig (Malmer, 1999), vilket innebär att lärare måste kunna förklara på ett enkelt sätt så eleverna förstår, samtidigt som eleverna använder sig av de räknemetoder som de kan.

Eftersom lärarens matematikundervisning baserar sig på läromedlet är också de subtraktionsstrategier som presenteras i läroboken de strategier som eleverna kommer att lära sig och använda i fortsatta matematikstudier. Lärare behöver komplettera sin undervisning om läroboken inte presenterar flera strategier, men samtidigt förklara vilka strategier som är lämpligast att välja i uppgifterna. Jag tror däremot att när eleverna får pröva flera metoder och lösa många olika slags uppgifter kan de i stor utsträckning välja den mest lämpliga metoden själva. Lärarens uppgift blir då att korrigera och förklara om eleverna missförstår.

I läroböcker introduceras ofta subtraktion efter addition (Ahlberg 2000, Ljungblad 2001), men jag tycker personligen att det vore bättre om de presenterades samtidigt för att ge eleverna en förståelse för subtraktion som additionens invers. Ahlberg (2000) betonar att ha tydliga mål oavsett om man har en läroboksstyrd undervisning eller inte. Johansson (2006) anser att läroböcker är en hjälp för lärare. Även här tycker jag att lärare behöver hitta en balans, och med många års erfarenhet kan man lägga ifrån sig läroboken om man så tycker. I lärarintervjuerna, å andra sidan, utgick den mest erfarna läraren, Lärare 1, från en läroboksstyrd undervisning. Hon ansåg att läromedlet var framställt av erfarna handledare som gett mycket tid till att sätta ihop ett elevanpassat läromedel. Ljungblad (2001), å andra sidan ser det som en nackdel snarare än en fördel, eftersom många läromedel är skrivna av manliga matematiker och har ett svårt matematiskt språk, samtidigt som det är stor procentsats kvinnliga lärare som undervisar i de lägre åren. Jag håller med Ljungblad om att läroböcker bör skrivas av både manliga och kvinnliga författare. Däremot behövs det

matematiska språket för att utveckla en korrekt terminologi hos eleverna. Det behövs en balans helt enkelt.

I lärarintervjuerna framkom att lärarna inte hade reflekterat över vilka strategier som var vanligast och lärarna antog att elevernas val av strategier var individuella. Jag anser att lärare behöver ha en större medvetenhet om vilka strategier eleverna använder sig av, främst för att få en uppfattning om eleverna använder de minst lämpliga metoderna i uppgifterna.

Skolan har en viktig uppgift i att välja vilket matematikläromedel som skall användas på skolan.

4.2 Elevernas val av strategier

I arbetet har tydligt framkommit att elever använder fler räknemetoder i beräkningar gällande subtraktion ju yngre de är. Det visar sig tydligt också att barn har svårt att förklara hur de tänker subtraktion men att det samtidigt pågår en ständig process där barnen lär sig tänka systematiskt. Detta behöver nödvändigtvis inte vara en fördel. Johansson (2006) påvisar att elever behöver få använda och uttrycka sitt eget tänkande för att de inte skall bli för styrda av ett visst sätt att räkna. Det bör däremot finnas en balans i lärares undervisningsupplägg eftersom lärare påverkar elevernas utveckling. Olsson (2000) menar att barnen behöver få en känsla för talen och att taluppfattning därför är viktigt.

Barn som förstår tio-kamraterna behöver nödvändigtvis inte ha en förståelse för samband mellan andra närliggande tal, exempelvis där 4 och 6 är tio-kamrater är 5 och 6 ”elva-kamrater”. Genom att samtala matematik och arbeta på ett varierande sätt med tal kan eleverna få en god taluppfattning och på så sätt få ökad förståelse för subtraktion och alla andra räknesätt.

Ljungblad (2001) anser att eleverna tänker individuellt i val av räknemetoder, vilket jag håller med om utifrån barnintervjuerna. Däremot har barn som enbart tillägnat sig en strategi inte samma möjlighet att utveckla den matematiska grunden som de behöver. Doverborg och Pramling-Samuelsson (2004) betonar också betydelsen av att barnen förstår att vissa strategier är mer funktionella än andra. I val av rätt metod får barnen en snabbhet och effektivitet i sitt räknande. Intervjuerna pekade på att fingerräkning är mycket vanligt bland barnen under första matematikinläringen, vilket också Ahlberg (2006) hävdar. Löwing och Kilborn (2002) menar att barnen har mycket att hålla reda på samtidigt när de räknar subtraktion. Svårigheter uppstår, menar Olsson (2000), då barnen har ”ett-och-ett räkning”, det vill säga där de räknar alla antalen innan, medan och efter de utfört subtraktionen.

I intervjuerna framkom att många barn använder fingrarna som hjälpmedel när de räknar subtraktion och att de flesta väljer ”borttagningsmetoden”. Jag tror att de elever som räknar bakåt, får svårigheter att lösa större uppgifter. Elever behöver därför fler strategier presenterade. Min uppfattning är att barnen väljer den strategi som de tror att lärarna vill att de skall använda, så som en elev sade: ”... vi [alltid] skall börja med entalen” för att det hade fröken sagt. Men när om de däremot upptäcker att vissa räknemetoder är mer lämpliga i vissa uppgifter kan de utveckla ett matematiskt tänkande för att lösa uppgifter.

Även om jag i min undersökning inte såg någon väsentlig skillnad i val av räknemetoder utifrån ett genusperspektiv, vore det intressant att vidare undersöka varför generellt pojkar utvecklar en större förståelse för matematik i högre ålder (Johansson 2006).

4.3 Slutsatser

Barn tänker individuellt och lär sig på många olika sätt även när det gäller subtraktion och val av subtraktionsstrategier (Ljungblad 2001, Ahlberg 2000). I mitt arbete har framkommit att eleverna också har en individuell uppfattning om huruvida addition eller subtraktion är svårare. Den allmänna uppfattningen bland barnen, det vill säga majoriteten sade, var att matematik var ett roligt ämne, även om det för en del av barnen uppfattades som svårt. I förskolan har barnen inte så stor referensram till att jämföra subtraktion och addition eftersom matematikundervisningen på (den intervjuade) förskolan begränsades till ”matematiklekar”.

Lärare och pedagoger bör kunna presentera flera strategier och förklara vilka som är mest lämpliga vid olika slags uppgifter. Läroboken har en stor inverkan på undervisningen och elevernas fortsatta matematiska utveckling och bör kanske användas i mindre utsträckning bland lärarna. Om lärarna är mer fria från läromedlet kan de anpassa sin undervisning till just de elever de undervisar. Genom att samtala matematik, kan lärare få en förståelse för vilka subtraktionsstrategier eleverna väljer och varför.

4.5 Tillförlitlighet och tolkning

När det gäller tillförlitligheten i arbetet har brister kunnat konstaterats gällande metoden. Enkäter skulle kunna förtydliga vilka strategier eleverna har och använder sig av, och även om de kan välja den mest lämpliga strategin i olika uppgifter. Intervjuer är givetvis ett tillvägagångssätt som uttömmar elevernas tankar kring det undersökta (Johansson och Svedner 2004), men dessa kunde kompletteras med enkäter. Frågorna som intervjuerna utgick ifrån besvarar frågeställningarna i viss utsträckning. Lärarintervjuerna gav en bred grund att utgå ifrån gällande lärarens inflytande och påverkan på elevernas matematikuppfattning. Ett lärarperspektiv gavs utifrån intervjuerna. Däremot intervjuades endast tre lärare med olika erfarenheter och för att kunna få en generalisering hade ett större urval behövts. Detsamma gäller barnintervjuerna. Arbetet blev därför en fallstudie på de platser som undersöktes.

Det är svårt att säga om subtraktion uppfattas svårare än addition, vilket jag innan undersökningen ansåg. I intervjuerna framkom att de uppfattningar eleverna har om matematik är individuella.

Insamlingen av materialet har skett utifrån gemensamma utgångspunkter i de olika grupperna vilket ger en gedigen reliabilitet i arbetet. Däremot har resultaten i viss mån inte gett en sanningsenlig bild av det som undersöktes. Det vill säga, eleverna kan i stor utsträckning manipulera svaren i intervjuerna eftersom det var gruppintervjuer. Nackdelarna med gruppintervjuerna är att barnen kan påverka varandra och en elev säger detsamma som bästa kompis eller att eleverna vill ge ett gott intryck på intervjuaren. fördelarna med gruppintervjuer är att barnen har en trygghet och vågar uttrycka sig muntligt.

Sammanfattningsvis kan konstateras att eleverna använder strategier som blivit presenterade för dem men på ett individuellt sätt. Det innebär att jag inte kommit fram till någon skillnad mellan pojkar och flickors val av strategier. Om subtraktion anses svårare för eleverna att lära sig är också individuellt, framkom utifrån litteraturstudien, lärarintervjuerna och barnintervjuerna. Till exempel svarade två flickor i samma intervjugrupp varandras motsats om subtraktion ansågs svårare än addition.

4.4 Vidare forskning

Vidare forskning är definitivt aktuell, eftersom svårigheter i subtraktion är vanligt förekommande. Eftersom så många elever inte klarar av målen i matematik behöver lärare en förståelse hur undervisningen kan förbättras. För att kunna dra generella slutsatser av vilka subtraktionsstrategier som är vanligast i Finland, på Åland och i Sverige och göra en jämförelse skulle ett mycket större arbete vara aktuellt.

Det skulle också vara intressant att ta reda på om val av räknemetoder påverkar elevernas matematikprestationer senare i livet. Till det skulle en studie över flera år vara aktuell.

Hur barn tänker subtraktion och vilka subtraktionsstrategier de använder sig av kan undersökas på många olika sätt, vilket jag också kommer att ställas inför i min framtida yrkeskarriär.

REFERENSER

Asiakainen, Törnroos, Wikström & Westerlund (2003). *Min matematik*. Läromedel, Schildts förlag, Helsingfors.

Hägglom & Hartiakainen, (1998). *Tänk och räkna*. Läromedel, Söderströms förlag, Tammerfors.

Doverborg, E., & Pramling Samuelsson, I., (2004). *Att förstå barns tankar – Metodik för barnintervjuer*. Liber, Stockholm.

Johansson, B., & Svedner, P-O., (2006). *Examensarbete i lärutbildningen: undersökningsmetoder och språklig utformning*. Kunskapsföretaget, Uppsala.

Johansson, M., (2006). *Teaching Mathematics with Textbooks – A classroom and curricular perspective*. Doctoral Thesis. Luleå University, Luleå.

Ljung, B-O., & Pettersson, A., (1995). *Mathematics in a National Assessment in Sweden*. PRIM-gruppen, Åbo.

Ljungblad, A-L., (1999) *Att räkna med barn – med specifika matematiksvårigheter*. Argument Förlag, Varberg.

Ljungblad, A-L., (2001). *Matematisk medvetenhet*. Argument Förlag, Varberg.

Löwing, M., & Kilborn, W., (2002). *Baskunskaper i matematik – för skola, hem och samhälle*. Studentlitteratur, Lund.

Löwing, M., (2008). *Grundläggande aritmetik: matematikdidaktik för lärare*. Studentlitteratur, Lund.

Malmer, G., (1991) ”Språkets roll i matematikinläringen”, Ryding, R., (Red.) *Tal och räkning*. Studentlitteratur, Lund.

Malmer, G., (2002) *Bra matematik för alla*. Studentlitteratur, Lund.

Nämnamn Tema (2000). Artiklar av Ahlberg, A., Olsson, I., *Matematik från början*. NCM, Göteborgs universitet, Göteborg.

Reys, B., Reys, R., Emanuelsson, G., m.fl. (1995). *Vad är god taluppfattning?*. Nämnamn 22, Göteborg.

Skolverket, (www.skolverket.se hämtat 2009-10-03).

Sollervall, H., (2007). *Tal och de fyra räknesätten*. Studentlitteratur, Lund.

Stukát, S., (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Studentlitteratur, Lund.

BILAGOR

Bilaga A

Brev till föräldrar med barn i förskolan

Hej,

Jag heter Anette Aavanen och är blivande lärare, då jag läser sista terminen på lärarprogrammet, med inriktning på matematik och svenska. Under hösten 2009 skall jag skriva mitt examensarbete som kommer att behandla barns och elevers tankar kring matematik, främst subtraktion. Eftersom barn utvecklar ett matematiskt tänkande i tidigt skede önskar jag även att få intervjua barn i förskoleålder. Jag önskar att få intervjua Ert barn i samband med mitt examensarbete för att få en förståelse kring vilka subtraktionsstrategier som används.

Intervjun kommer att innehålla några enkla matematikövningar där Ert barn får möjlighet att visa vilken strategi han/hon använder. Självklart kommer alla barn att vara anonyma, där det inte kommer att vara möjligt att urskilja Ert barn i min uppsats. Jag önskar få Er tillåtelse att intervjua Ert barn, om så är fallet, vänligen underteckna och återlämna denna lapp så fort som möjligt.

Ja, mitt barn _____ får delta i intervjun

målmans underskrift

Har ni några frågor kan ni kontakta mig på min e-post ofk06aae@student.hig.se
Med vänlig hälsning,
Anette Aavanen

Bilaga B

Brev till föräldrar med barn i grundskolan

Hej,

Jag heter Anette Aavanen och är blivande lärare, då jag läser sista terminen på lärarprogrammet, med inriktning på matematik och svenska. Under hösten 2009 skall jag skriva mitt examensarbete som kommer att behandla barns och elevers tankar kring matematik, främst subtraktion. Jag önskar att få intervjua Ert barn i samband med mitt examensarbete för att få en förståelse kring vilka subtraktionsstrategier som används.

Intervjun kommer att innehålla några enkla matematikövningar där Ert barn får möjlighet att visa vilken strategi han/hon använder. Självklart kommer alla barn att vara anonyma, där det inte kommer att vara möjligt att urskilja Ert barn i min uppsats. Jag önskar få Er tillåtelse att intervjua Ert barn, om så är fallet, vänligen underteckna och återlämna denna lapp så fort som möjligt.

Ja, mitt barn _____ får delta i intervjun

målmans underskrift

Har ni några frågor kan ni kontakta mig på min e-post ofk06aae@student.hig.se

Med vänlig hälsning,

Anette Aavanen

Bilaga C

Intervjufrågor för lärare

1. Hur länge har du arbetat som lärare?

2. Hur presenterar du addition och subtraktion för eleverna?
 - Utgår du från läroboken till största del? Använder du egna exempel? Laborativt materiel?
 - Visar du flera subtraktionsstrategier?

3. Vilka strategier visar du för barnen?
 - Vilka tror du att är mest förekommande bland barnen?

4. Anser du att subtraktion är svårare för barn att lära sig i jämförelse med de övriga räknestätten?
 - Varför/ varför inte?

5. På vilket sätt hjälper ni elever med svårigheter i subtraktion?

6. Har du sett någon skillnad på vilka subtraktionsstrategier som flickor och pojkar väljer?